# حل كتاب التمارين رياضيات

# الصف الثالث الثانوى

# الفصل الأول

## الفصل الأول
## تحليل الدوال

## الفصل الثانى
العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

## الفصل الثالث
المتطابقات والمعادلات المثلثية

## الفصل الرابع
القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطية

# الفصل الأول
# تحليل الدوال


1-1 الدوال.

2-1 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات.

3-1 الاتصال وسلوك طرفى التمثيل البيانى والنهايات.

4-1 القيم القصوى ومتوسط معدل التغيير.

5-1 الدوال الرئيسية ( الأم ) والتحويلات الهندسية.

6-1 العمليات على الدوال وتركيب دالتين.

7-1 العلاقات والدوال العكسية.


الرئيسية

# 1-1 الدوال

اكتب كل مجموعة مما يأتي باستعمال الصفة المميزة للمجموعة، وباستعمال رمز الفترة إن أمكن:

1) $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2\}$ $\{x: x \in z,\ x \leq 2\}$

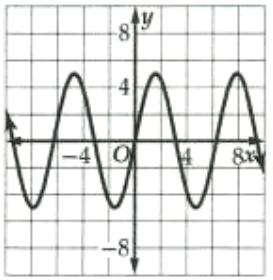
2) $-6.5 < x \leq 3$ $\{x/-6.5<x \leq 3\ ,\ x \in R\}\ (-6.5,3)\}$

3) $x < 3$ $\{x/x<3\ ,\ x \in R\}\ (-\infty,3)\}$

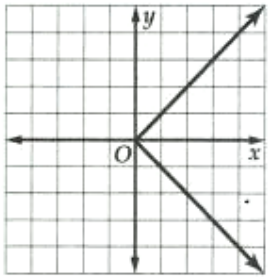
4) $x < 0$ أو $x > 8$ $\{x/x>8,x<0\ ,\ x \in R\}\ (-\infty,0) \cup (8,\infty)\}$

في كل علاقة مما يأتي، حدد ما إذا كانت $y$ تمثل دالة في $x$ أم لا:

5) تمثل $x$ رقم لوحة السيارة و $y$ سنة صنع السيارة ونوعها. دالة

6) 

دالة

7) 

ليست دالة

8) $-x + y = 3x$ دالة

9) $x = 5(y-1)^2$ ليست دالة

الرجوع

أوجد قيم كل دالة من الدوال الآتية:

10) $h(x) = x^2 - 8x + 1$

a) $h(-1)$ **10**

b) $h(2x)$ **$-12x^2 + 1$**

c) $h(x+8)$ **$x^2 + 8x + 1$**

11) $f(a) = -3\sqrt{a^2 + 9}$

a) $f(4)$ **-15**

b) $f(3a)$ **$-9\sqrt{a^2 + 1}$**

c) $f(a+1)$ **$-3\sqrt{a^2 + 2a + 10}$**

حدّد مجال كل من الدالتين الآتيتين:

12) $g(x) = \sqrt{-3x - 2}$ **$X \leq -2/3$**

13) $h(t) = \dfrac{2t - 6}{t^2 + 6t + 9}$ **R-{3}**

14) أوجد $f(-4)$ و $f(11)$ للدالة

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 16, & x < -2 \\ \sqrt{x - 2}, & -2 < x \leq 11 \\ -75, & x > 11 \end{cases}$$

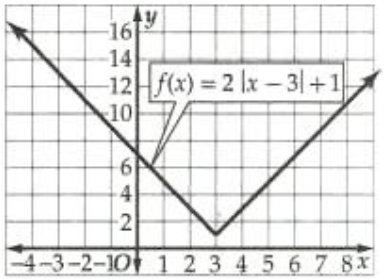
**f(-4)=64**

**f(11)=3**

الرجوع

# 2-1 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

1) استعمل التمثيل البياني المجاور لتقدير قيمة $f(7), f(1), f(-2.5)$، ثم تحقق من إجابتك جبريًا، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.




من الرسم : f(7) = 9

f(1)=5

f(-2.5)=12

جبريا: f(7) = 2|7-3|+1

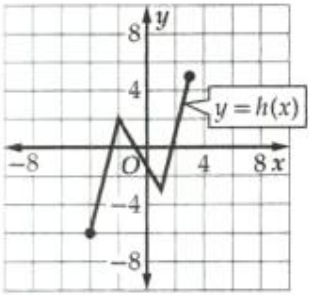
=8+1=9

f(1)=2|1-3|+1=4+1=5

f(-2.5)=2|-2.5+3|+1=12

استعمل التمثيل البياني للدالة $h$ في كلٍّ مما يأتي لإيجاد كل من مجال الدالة ومداها.

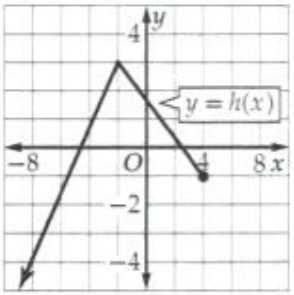
2)




المجال: $-4 \le x \le 3$

المدى: $-6 \le y \le 5$

3)

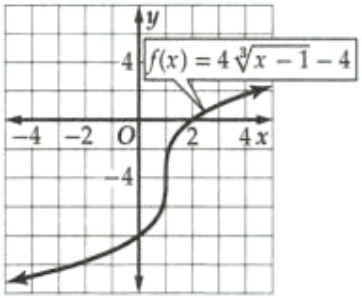



المجال: $x \le 4$

المدى: $y \le 3$

الرجوع

4) استعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد المقطع $y$ للدالة $f$ وأصفارها، ثم أوجد هذه القيم جبريًّا.

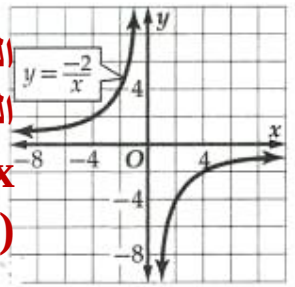



من الرسم المقطع y : y= -8
اصفار الدالة : x=2

جبريا المقطع y : x= -8
4 3 √-1 – 4=-8
اصفار الدالة : y=0
4 $\sqrt[3]{x-1}$ - 4= 0
$\sqrt[3]{x-1}$ = 1
x – 1 = 1 x = 2

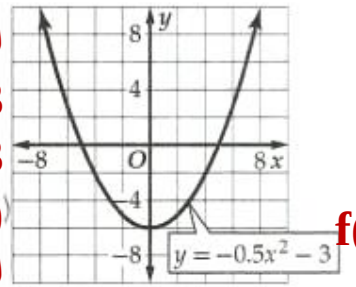
استعمل التمثيل البياني لكل معادلة من المعادلتين الآتيتين لاختبار التماثل حول المحور $x$ ، والمحور $y$ ، ونقطة الأصل. وعزِّز إجابتك عدديًّا، ثم تحقق منها جبريًّا:

5)




التماثل حول نقطة الاصل
الدالة فردية
f(x)=-2/x
f(-x)= -2/-x=2/x = -f(x)

6)




التماثل حول المحور y
f(x)=-0.5 x2 -3
f(-x)= -0.5(-x)2 -3
-0.5x2 - 3= f(x)
الدالة زوجية

الرجوع

# 3-1 الاتصال وسلوك طرفي التمثيل البياني والنهايات

حدد ما إذا كانت كل دالة مما يأتي متصلة أم لا عند قيمة $x$ المعطاة، وبرِّر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال. وإذا كانت الدالة غير متصلة، فحدد نوع عدم الاتصال: لانهائي ، قفزي ، قابل للإزالة.

1) $f(x) = -\frac{2}{3x^2}; x = -1$

متصلة عندما : x= -1

2) $f(x) = \frac{x-2}{x+4}; x = -4$

غير متصلة عند : x= -4

3) $f(x) = x^3 - 2x + 2; x = 1$

متصلة عند : x= -1

4) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3x+2}; x = -1, x = -2$

x= -2 : غير متصلة عدم الاتصال لا نهائى عند

x= -1 : عدم الاتصال نقطى قابل للازالة عند

حدِّد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكلٍّ من الدالتين الآتيتين في الفترة المعطاة:

5) $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4; [-6, 2]$

[-5,-4],[-1,0],[0,1]

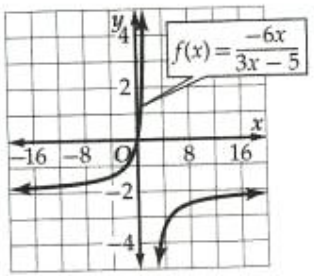
6) $g(x) = x^4 + 10x - 6; [-3, 2]$

[-3,-2],[0,1]

الرجوع

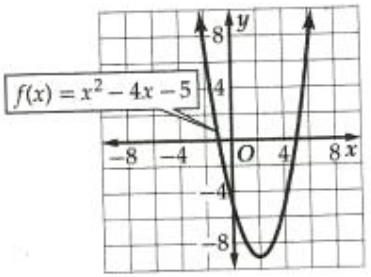
استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدالتين الآتيتين؛ لوصف سلوك طرفي تمثيلها البياني، ثم عزّز إجابتك عدديًّا:

7)




تقترب الدالة من العدد 2- عندما
تقترب x من ∞

8)




تقترب الدالة من ∞ عندما
تقترب x من -∞

9) **إلكترونيات:** يوضح قانون أوم العلاقة بين المقاومة $R$ ، وفرق الجهد $E$ ، وشدة التيار $I$ في دائرة كهربائية، وتُعطى هذه العلاقة بالقاعدة $R = \frac{E}{I}$ . فإذا كان فرق الجهد ثابتًا، وتزايدت شدة التيار، فماذا يحدث للمقاومة؟

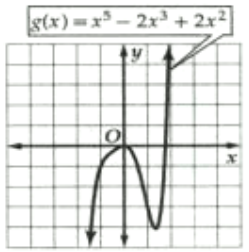
R=E/I = 5 فولت/ I
المقاومة تتناقص وتقترب من الصفر

الرجوع

# 4-1 القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الآتيتين ؛ لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزِّز إجابتك عدديًّا:

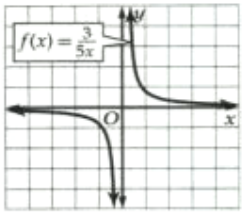
(1




الدالة متزايدة $x\epsilon(-\infty,0)\ U(1.5,\infty)$ عند

متناقصةعند $x\epsilon(0,1.5)$

(2

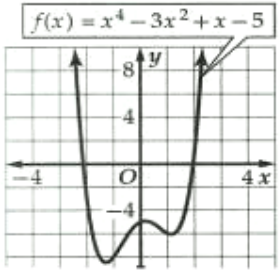



الدالة متناقصة لكل قيم $x\epsilon\ R-[0]$

أو $x\ \epsilon(-\infty,0)U(0,\infty)$

قدّر قيم $x$ التي يكون لكل من الدالتين الآتيتين عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها، وبيّن نوع القيم القصوى، ثم عزِّز إجابتك عدديًّا.

(3

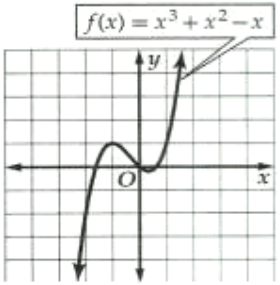



ص .م عندما $x= 1.5, y=-6$

ص .م عندما $x= -1.5, y=-8$

ع .م عندما $x= 0, y=-5$

(4




ع .م عندما $x= -1, y= 1$

ص .م عندما $x= 0.5, y=0$

الرجوع

5) **الحاسبة البيانية:** اوجد القيم القصوى المحلية والمطلقة مقربة إلى أقرب جزء من مئة للدالة:
$h(x) = x^5 - 6x + 1$ . وحدّد قيم $x$ التي تكون عندها هذه القيم.

ع .م عندما x= -1.05, y= 6.02

ص .م عندما x= 1.05 , y=-4.02

أوجد متوسط معدّل التغير لكلٍّ من الدالتين الآتيتين في الفترة المعطاة:

6) $g(x) = x^4 + 2x^2 - 5; [-4, -2]$ -132

7) $g(x) = -3x^3 - 4x; [2, 6]$ -160

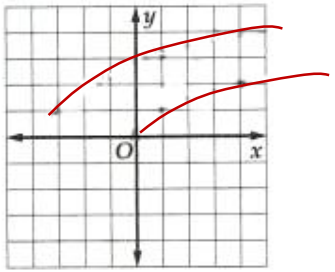
8) **فيزياء:** إذا كان ارتفاع صاروخ $h(t)$ بالقدم بعد $t$ ثانية من إطلاقه رأسيًّا يُعطَى بالقاعدة
$h(t) = -16t^2 + 32t + 0.5$ فأوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الصاروخ.

اقصى ارتفاع يعنى القيمة العظمى = 16.5 ft

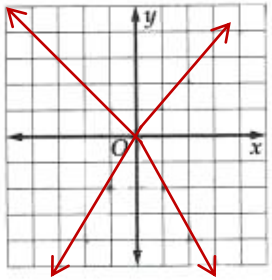
الرجوع

# 5-1 الدوال الرئيسية ( الأم ) والتحويلات الهندسية

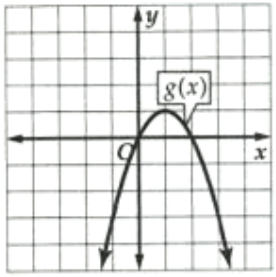
1) استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = \sqrt{x}$؛ لتمثيل منحنى الدالة $g(x) = \sqrt{x+3} + 1$ بيانيًّا .




2) استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = |x|$؛ لتمثيل منحنى الدالة $g(x) = -|2x|$ بيانيًّا.




3) صف العلاقة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2$ ومنحنى $g(x)$ في التمثيل المجاور، ثم اكتب معادلة $g(x)$ .

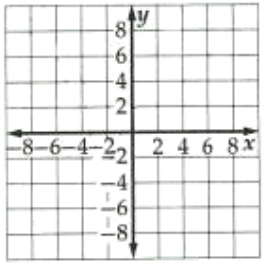



$g(x)= -(x-1)^2 + 1$

انعكاس ثم انسحاب (1,1)

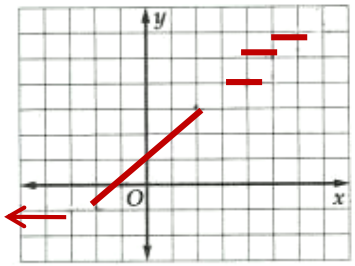
الرجوع

4) عيّن الدالة الرئيسة (الأم) $f(x)$ للدالة $g(x) = 2|x + 2| - 3$ . ثم صف العلاقة بين المنحنيين، ومثّلهما بيانيًّا فى المستوى الإحداثى.

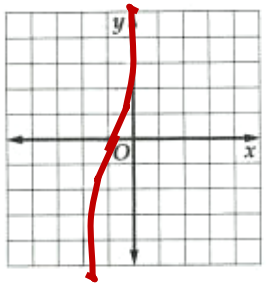



**الدالة الرئيسية ( الأم ) هى |x| =g(x)**
**حدث انسحاب (1,1) وشد رأسى معامله 2**

5) مثّل الدالة بيانيًّا $f(x) = \begin{cases} -1\,, & x \le -3 \\ 1 + x\,, & -2 < x \le 2 \\ [\![x]\!]\,, & 4 \le x \le 6 \end{cases}$.




6) استعمل منحنى الدالة $f(x) = x^3$ ؛ لتمثيل منحنى الدالة $g(x) = |(x + 1)^3|$




الرجوع

# 6-1 العمليات على الدوال وتركيب دالتين

أوجد $(f+g)(x), (f-g)(x), (f\cdot g)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x), g(x)$ في كلٍّ مما يأتي، وحدّد مجال كلٍّ من الدوال الناتجة:

1) $f(x)=2x^2+8, g(x)=5x-6$

2) $f(x)=x^3, g(x)=\sqrt{x+1}$

| | المجال |
|---|---|
| (f+g)(x)=2x²+5x+2 | R |
| (f-g)(x)=2x²-5x+14 | R |
| (f/g)(x)=(2x²+8)/(5x-6) | R-(6/5) |
| (f-g)(x)=10x³-12x²+40x-48 | R |

| | المجال |
|---|---|
| f(x+g)(x)=x³+√x+1 | X≥-1 |
| f(x-g)(x)=x³-√x+1 | X≥-1 |
| f(x.g)(x)=x³√x+1 | X≥-1 |
| (f/g)(x)=x³/√x+1 | X>-1 |

الرجوع

أوجد $[f \circ g](3), [g \circ f](x), [f \circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية:

3) $f(x) = x + 5 , g(x) = x - 3$

(fog)(x)=x+2
(gof)(x)=x+2
(fog)(3)= 5

4) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 , g(x) = 3x$

(fog)(x)=54x$^3$ -27x$^2$+1
(gof)(x)=6x$^3$ -9x$^2$+1
(fog)(3)= 54(3)$^3$ – 27(3)$^2$ +1

5) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1, g(x) = 2x - 3$

(fog)(x)=8x$^2$- 34x +34
(gof)(x)=4x$^2$ -10x -1
(fog)(3)= 4

6) $f(x) = 3x^2 - 2x + 5, g(x) = 2x - 1$

(fog)(x)=12x$^2$ -16 x + 10
(gof)(x)=6x$^2$ -4x +9
(fog)(3)= 70

الرجوع

حدّد مجال $f \circ g$، ثم أوجد $f \circ g$ لكل زوج من الدوال في السؤالين الآتيين:

**7** $f(x) = \sqrt{x-2}$, $g(x) = 3x$

| المجال | |
|---|---|
| $x \neq (2/3)$ | $(fog)(x)=\sqrt{3x-2}$ |

**8** $f(x) = \frac{1}{x-8}$, $g(x) = x^2 + 5$

| المجال | |
|---|---|
| $x \neq \sqrt{3}$ | $(fog)(x)=1/(x^2-3)$ |

أوجد دالتين $f$ و $g$ في كلٍّ من السؤالين 9, 10 ، بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ . على ألا تكون أيٌّ منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$

**9** $h(x) = \sqrt{2x-6} - 1$

| $g(x) = 2x$ | $f(x)=\sqrt{(x-6)} -1$ |
|---|---|

**10** $h(x) = \frac{1}{3x+3}$

| $g(x) = 3x +2$ | $f(x)=1/(x+1)$ |
|---|---|

الرجوع

11) **مطعم:** دخل ثلاثة أشخاص مطعمًا، وطلب كلٌّ منهم الوجبة نفسها. إذا تقاضى صاحب المطعم 18% من تكلفة الوجبة بدل خدمة، فاكتب الدوال الثلاث على النحو الآتي: الأولى تمثِّل تكلفة الوجبات الثلاث قبل استيفاء بدل الخدمة، والثانية تكلفة الوجبة بعد استيفاء الخدمة، وأما الثالثة فتمثِّل تركيب الدالتين الذي يعطي تكلفة الوجبات الثلاث متضمنة بدل الخدمة.

**نفرض أن تكلفة الوجبة = x ريال**

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = 1.18x$$

$$(fog)(x) = 3(1.18x) = 3.54x$$

الرجوع

# 7-1 العلاقات والدوال العكسية

مثّل كلًّا من الدوال الآتية بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم طبّق اختبار الخط الأفقي لتحديد إن كانت الدالة العكسية موجودة أم لا.

1) $f(x) = 3|x| + 2$ — لا

2) $f(x) = -\sqrt{x+3} - 1$ — نعم

3) $f(x) = x^5 + 5x^3$ — نعم

4) $f(x) = \frac{x}{5} + 9$ — نعم

في كلٍّ مما يأتي أوجد الدالة العكسية $f^{-1}$ إن أمكن، وحدّد مجالها والقيود عليه، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب: غير موجودة.

5) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ — $y = x^3 + 1$

6) $f(x) = \frac{2x-1}{x+7}$ — $y = (7x+1) / (2-x)$

7) $f(x) = \frac{4}{(x-3)^2}$ — غير موجودة

8) $f(x) = \sqrt{x-2}$ — $y = x^2 + 2$

الرجوع

أثبت جبريًّا أن كلًّا من الدالتين $f, g$ دالة عكسية للأخرى في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

9) $f(x) = 2x + 3; g(x) = \frac{x-3}{2}$

10) $f(x) = \frac{x^2}{2} - 6; x \geq 0; g(x) = \sqrt{2x + 12}$

(fog)(x)=x
(gof)(x)=x
(fog)(x)= (gof)(x)=x
f,g دالة عكسية للأخرى

(fog)(x)=x
(gof)(x)=x
(fog)(x)= (gof)(x)=x
f,g دالة عكسية للأخرى

12) **مكافحة الحرائق:** تستعمل الطائرات الماء في إطفاء حرائق الغابات. ويعطى الزمن الذي يستغرقه الماء للوصول إلى الأرض بالثواني بالدالة $t(h) = \frac{\sqrt{h}}{4}$، حيث $h$ ارتفاع الطائرة بالقدم. أوجد الدالة العكسية لها. وإذا استغرق الماء 8 ثوانٍ للوصول إلى الأرض، فأوجد ارتفاع الطائرة.

$h = 16\ t^2$
$h = 16\ (8)^2$
$h = 1024$ sec

الرجوع

# الفصل الثانى
## العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية


2-1 تمثيل الدوال الأسية بيانيا.

2-2 حل المعادلات والمتباينات الأسية.

2-3 اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية.

2-4 خصائص اللوغاريتمات.

2-5 حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية.

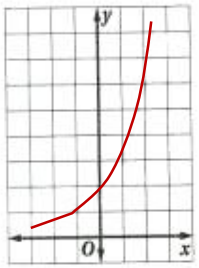
2-6 اللوغاريتمات العشرية.


الرئيسية

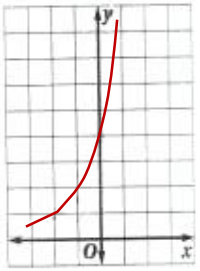
# 1-2 تمثيل الدوال الأسية بيانيا

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها، ومداها.

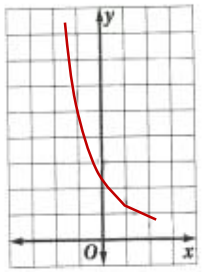
1) $y = 1.5(2)^x$



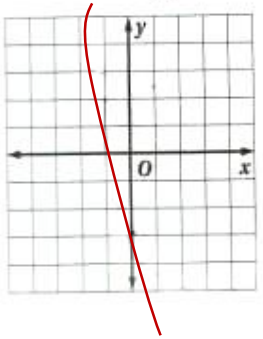

2) $y = 4(3)^x$



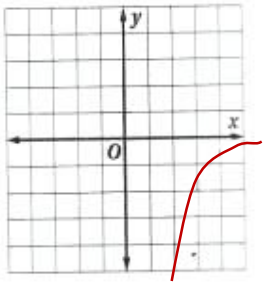

3) $y = 3(0.5)^x$



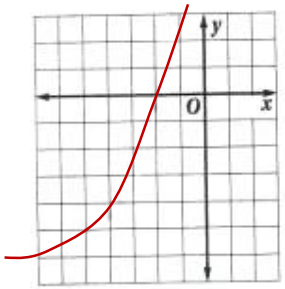

4) $y = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x - 8$




5) $y = -2\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$




6) $y = \frac{1}{2}(3)^{x+4} - 5$




الرجوع

7) **أحياء:** تحوي عينة مخبرية 12000 خلية بكتيرية، ويتضاعف عددها يوميًّا.

a) اكتب دالة أسيّة تمثّل عدد الخلايا البكتيرية بعد $x$ يوم. $1200\ (2)^x$

b) ما عدد الخلايا البكتيرية بعد 6 أيام؟ $1200\ (2)^6 = 768000$

8) **جامعات:** بلغ عدد طلبة السنة الرابعة في إحدى الجامعات 4000 طالب عام 1429 هـ، ويتوقع زيادة العدد بنسبة 5% سنويًّا. اكتب دالة أسية تمثل عدد طلبة السنة الرابعة في الجامعة بعد $t$ سنة من عام 1429 هـ.

$y = 4000\ (1.05)^t$

الرجوع

# 2-2 حل المعادلات والمتباينات الأسية

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

1) $4^{x+35} = 64^{x-3}$ x=22

2) $\left(\frac{1}{64}\right)^{0.5x-3} = 8^{9x-2}$ x=0.8

3) $3^{x-4} = 9^{x+28}$ x=-60

4) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x+2} = 64^{x-1}$ x=0.2

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} = 16^{3x+1}$ x=-1/13

6) $3^{6x-2} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ x=0

7) $400 = \left(\frac{1}{20}\right)^{7x+8}$ x=-10/7

8) $10^{2x+7} = 1000^{x}$ x=-7

الرجوع

اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ للتمثيل البياني المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

9) $(0,5),(4,3125)$

$y = 5.5^x$

10) $(0,8),(4,2048)$

$y = 8.4^x$

11) $(0,\frac{3}{4}),(2,36.75)$

$x=¾ \cdot 7^x$

12) $(0,-0.2),(-3,-3.125)$

$y = -0.2\ (0.4)^x$

13) $(0,15),\left(2,\frac{15}{16}\right)$

$y= 15(0.25)^x$

14) $(0,0.7),\left(\frac{1}{2},3.5\right)$

$y = 0.7\ (25)^x$

حل كل متباينة مما يأتي:

15) $400 > \left(\frac{1}{20}\right)^{7x+8}$

$x > -10/7$

16) $10^{2x+7} \geq 1000^x$

$x \leq 7$

17) $\left(\frac{1}{16}\right)^{3x-4} \leq 64^{x-1}$

$x \geq 11/9$

18) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x-6} < 4^{4x+5}$

$x > 8/11$

19) $\left(\frac{1}{36}\right)^{x+8} \leq 216^{x-3}$

$x \geq -7/5$

20) $128^{x+3} < \left(\frac{1}{1024}\right)^{2x}$

$x < -21/27$

21) **علوم،** إذا كان عدد الخلايا البكتيرية في عينة A يساوي $36^{2t+8}$ خلية عند الزمن $t$، وعددها في عينة B يساوي $216^{t+18}$ عند الزمن نفسه. فمتى يصبح عدد الخلايا متساويًا في العينتين؟

$t=38$

الرجوع

# 3-2 اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسيّة:

1) $\log_6 216 = 3$ — $6^{3} = 216$

2) $\log_2 64 = 6$ — $2^{6} = 64$

3) $\log_3 \frac{1}{81} = -4$ — $3^{-4} = 1/81$

4) $\log_{10} 0.00001 = -5$ — $10^{-5} = 0.00001$

5) $\log_{25} 5 = \frac{1}{2}$ — $25^{0.5} = 5$

6) $\log_{32} 8 = \frac{3}{5}$ — $52^{3/5} = 8$

اكتب كل معادلة أسّية مما يأتي على الصورة اللوغاريتمية:

7) $5^3 = 125$ — $\log_5 125 = 3$

8) $7^0 = 1$ — $\log_7 1 = 0$

9) $3^4 = 81$ — $\log_3 81 = 4$

10) $3^{-4} = \frac{1}{81}$ — $\log_3 1/81 = -4$

11) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ — $\log_{1/4} 1/64 = 3$

12) $7776^{\frac{1}{5}} = 6$ — $\log_{7776} 6 = 1/5$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

13) $\log_3 81$ — 4

14) $\log_{10} 0.0001$ — -4

15) $\log_2 \frac{1}{16}$ — -4

16) $\log_{\frac{1}{3}} 27$ — -3

17) $\log_9 1$ — 0

18) $\log_8 4$ — 2/3

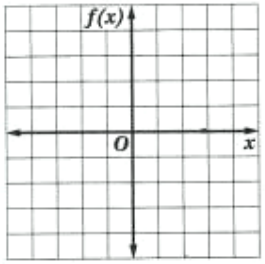
19) $\log_7 \frac{1}{49}$ — -2

20) $\log_6 6^4$ — 4

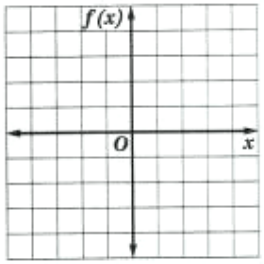
الرجوع

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

**21)** $f(x) = \log_2 (x - 2)$




**22)** $f(x) = -2 \log_4 x$




**23) صوت:** تستعمل المعادلة $L = 10 \log_{10} R$ لإيجاد شدة الصوت $L$ بالديسيبل، حيث $R$ الشدة النسبية للصوت. والأصوات التي تزيد شدتها على 120 dB ذات أثر سلبي على الإنسان. ما الشدة النسبية لصوتٍ شدته 120 dB؟

**24) استثمار:** استثمر ماجد 100000 ريال في مشروع متوقعًا ربحًا سنويًّا نسبته 4%، وتضاف الأرباح سنويًّا إلى رأس المال، إذا كان المبلغ الكلي المتوقع $A$ بعد 5 سنوات من الاستثمار دون أي سحب أو إضافة يُعطى بالمعادلة $\log_{10} A = \log_{10} [100000(1 + 0.04)^5]$. فاكتب المعادلة على الصورة الأسّية.

$$A = 100000(1+0.04)^5$$

الرجوع

# 4-2 خصائص اللوغاريتمات

استعمل $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ ، $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ لتقريب قيمة كلٍّ مما يأتي:

1) $\log_{10} 35$ **1.5441**

2) $\log_{10} 25$ **1.3980**

3) $\log_{10} \frac{7}{5}$ **0.1461**

4) $\log_{10} \frac{5}{7}$ **-0.1461**

5) $\log_{10} 245$ **2.3892**

6) $\log_{10} 175$ **2.2430**

7) $\log_{10} 0.2$ **-0.6990**

8) $\log_{10} \frac{25}{7}$ **0.5528**

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة:

9) $\log_2 [(2x)^3 (x+1)]$ **$3\log_2 (2X) + \log_2 (X+1)$**

10) $\log_8 [(4x+2)^3 (x-4)]$ **$3\log (4X+2) + \log_8 (X-4)$**

11) $\log_{13} \frac{3x^4}{\sqrt[3]{7x-3}}$ **$\log_{13} 3X^4 - 1/3 \log_{13} (7X-3)$**

12) $\log_2 \frac{(x+1)^3}{\sqrt[3]{x+5}}$ **$3\log_2 (X+1) - 1/3 \log (X+5)$**

الرجوع

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتى بالصورة المختصرة:

13) $3\log_2(5x+6) - \frac{1}{2}\log_2(x-4)$

$\log_2 [(5X+6)^2/\sqrt{(X-4)}]$

14) $2 - \log_7 6 - 2\log_7 x$

$2 - \log_7 6/x^2$

15) $\log_3 8 + \log_3 x - 2\log_3(x+4)$

$\log_3 [8x/(X+4)^2]$

16) $\log_{10} y + \log_{10} 3 - \frac{1}{3}\log_{10}(x) + 2\log_{10} z$

$\log_{10} [3yz^2 / \sqrt[3]{X}]$

17) $\log_3 y + \log_3 x - \frac{1}{2}\log_3 x + 3\log_3 z$

$\log_3 [xyz^3 / \sqrt{X}]$

احسب قيمة كلٍّ مما يأتي:

18) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$ 3

19) $\log_{100} 10000$ 2

20) $\log_2 \sqrt[5]{4}$ 2/5

الرجوع

# 5-2 حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

حُلّ كل معادلة أو متباينة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك.

1) $x + 5 = \log_4 256$ — x = -1

2) $\log_3 (4x - 17) = 5$ — x = 65

3) $\log_{13} (x^2 - 4) = \log_{13} 3x$ — x = 4

4) $\log_8 (-6x) = 1$ — x = -4/3

5) $\log_8 (-6x) = 1$ — x = -4/3

6) $\log_{10} (x - 5) = \log_{10} 2x$ — ليس لها حل

7) $\log_7 n = \frac{2}{3} \log_7 8$ — n = 4

8) $\log_{10} u = \frac{3}{2} \log_{10} 4$ — u = 4

9) $\log_6 x + \log_6 9 = \log_6 54$ — x = 6

10) $\log_8 48 - \log_8 w = \log_8 4$ — w = 12

11) $\log_9 (3u + 14) - \log_9 5 = \log_9 2u$ — u = 2

12) $4 \log_2 x + \log_2 5 = \log_2 405$ — x = 3

13) $\log_3 y = -\log_3 16 + \frac{1}{3} \log_3 64$ — y = 1/4

14) $\log_2 d = 5 \log_2 2 - \log_2 8$ — d = 4

15) $\log_{10} (3m - 5) + \log_{10} m = \log_{10} 2$ — m = 2

16) $\log_{10} (b + 3) + \log_{10} b = \log_{10} 4$ — b = 1

17) $\log_8 (t + 10) - \log_8 (t - 1) = \log_8 12$ — t = 2

18) $\log_3 (a + 3) + \log_3 (a + 2) = \log_3 6$ — a = 0

19) $\log_{10} (r + 4) - \log_{10} r = \log_{10} (r + 1)$ — r = 2

20) $\log_4 (x^2 - 4) - \log_4 (x + 2) = \log_4 1$ — x = 3

الرجوع

(21 $\log_{10} 4 + \log_{10} w = 2$ w=25

(22 $\log_8 (n-3) + \log_8 (n+4) = 1$ n=4

(23 $3 \log_5 (x^2+9) - 6 = 0$ x=4

(24 $\log_{16} (9x+5) - \log_{16} (x^2-1) = \frac{1}{2}$ x=3

(25 $\log_6 (2x-5) + 1 = \log_6 (7x+10)$ x=8

(26 $\log_2 (5y+2) - 1 = \log_2 (1-2y)$ y=0

(27 $\log_{10} (c^2-1) - 2 = \log_{10} (c+1)$ c=101

(28 $\log_7 x + 2\log_7 x - \log_7 3 = \log_7 72$ x=6

(29 $\log_8 (-6x) < 1$ 0 > x > -4/3

(30 $\log_9 (x+2) > \log_9 (6-3x)$ x > 1

(31 $\log_{81} x \leq 0.75$ 0 < x ≤ 27

(32 $\log_2 (x+6) < \log_2 17$ -6 < x < 11

(33 $\log_{12} (2x-1) > \log_{12} (5x-16)$ x > 5

(34 $\log_{10} (x-5) > \log_{10} 2x$ ليس لها حل

(35 $\log_2 (x+3) < \log_2 (1-3x)$ -3 < x < -1/2

(36 $\log_6 (3-x) \leq \log_6 (x-1)$ x ≥ 2 , x ≠ 3

(37 **بيئة:** اكتشف عالم بيئة فصيلة من الطيور المهددة بالانقراض، وقدّر أن عدد طيورها يتضاعف كل 12 سنة. وعندما يصل العدد إلى 20 مرة مما هو عليه الآن، لن تعد مهددة بالانقراض. اكتب تعبيرًا لوغاريتميًّا لعدد السنوات اللازمة ليبلغ عدد طيور هذه الفصيلة 20 مرة مما هو عليه الآن.

الرجوع

# 6-2 اللوغاريتمات العشرية

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

1) $\log 101$ **2.0043**

2) $\log 2.2$ **0.3424**

3) $\log 0.05$ **-1.3010**

استعمل الصيغة $pH = -\log[H+]$ لإيجاد pH لكل مادة مما يأتي، إذا كان تركيز أيون الهيدروجين فيها على النحو المعطى:

4) **الحليب :** $[H+] = 2.51 \times 10^{-7}\ mol/L$ **6.6**

5) **المطر الحمضي :** $[H+] = 2.51 \times 10^{-6}\ mol/L$ **5.6**

6) **القهوة:** $[H+] = 1.0 \times 10^{-5}\ mol/L$ **5**

7) **الحليب الغني بالماغنيسيوم :** $[H+] = 3.16 \times 10^{-11}\ mol/L$ **10.5**

الرجوع

حُلّ كل معادلة أو متباينة مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

8) $5^a = 120$ a=2.9746

9) $6^z = 45.6$ z=2.1319

10) $3.5^x = 47.9$ x=3.0885

11) $8.2^y = 64.5$ y=1.9802

12) $4^{2x} = 27$ x=1.1887

13) $2^{a-4} = 82.1$ a=10.3593

14) $5^{w+3} = 17$ w=-1.2396

15) $30^{x^2} = 50$ x=±1.0725

16) $5^{x^2-3} = 72$ x=±2.3785

17) $4^{2x} > 9^{x+1}$ x>3.8188

18) $2^{n+1} \leq 5^{2n-1}$

25) **درجة الحموضة:** إذا كانت درجة حموضة الخل (pH) 2.9، والحليب 6.6، فكم مرة (تقريبًا) يساوي تركيزُ أيون الهيدروجين في الخل تركيزَه في الحليب؟

26) **أحياء:** تحتوي عينة مخبرية على 1000 خلية بكتيرية، ويتضاعف عددها كل ساعة، ويعطي عددها $N$ بعد $t$ ساعة بالصيغة $N = 1000(2)^t$. كم الزمن اللازم ليصل عدد الخلايا البكتيرية إلى 50000 خلية؟

27) **صوت:** تُعطَى شدة الصوت $L$ بالديسيبل بالمعادلة $L = 10 \log R$، حيث $R$ شدة الصوت النسبية، إذا كانت شدة صوت صفارة إنذار 150 dB، وشدة صوت محرك الطائرة الحربية 120 dB، فكم مرة من شدة الصوت النسبية لصفارة الإنذار تساوي شدةِ الصوت النسبية لمحرك الطائرة الحربية؟

الرجوع

# الفصل الثالث

## المتطابقات والمعادلات المثلثية


3-1 المتطابقات المثلثية.

3-2 إثبات صحة المتطابقات المثلثية.

3-3 المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما.

3-4 المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها.

3-5 حل المعادلات المثلثية.


الرئيسية

# 1-3 المتطابقات المثلثية

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من النسب المثلثية الآتية علمًا بأن: $0° < \theta < 90°$ .

1) $\sin\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{5}{13}$ **12/13**

2) $\sin\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = \frac{1}{2}$ **$2\sqrt{5}/5$**

3) $\sec\theta$ ، إذا كان $\tan\theta = 4$ **$\sqrt{17}$**

4) $\cot\theta$ ، إذا كان $\tan\theta = \frac{2}{5}$ **5 / 2**

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من النسب المثلثية الآتية ، علمًا بأن: $180° < \theta < 270°$ .

5) $\sec\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = -\frac{15}{17}$ **-17 / 8**

6) $\cot\theta$ ، إذا كان $\csc\theta = -\frac{3}{2}$ **$\sqrt{5}/2$**

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من النسب المثلثية الآتية ، علمًا بأن: $270° < \theta < 360°$ .

7) $\cot\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{3}{10}$ **$-3\sqrt{91}/91$**

8) $\sec\theta$ ، إذا كان $\csc\theta = -8$ **$8\sqrt{63}/63$**

9) $\sin\theta$ ، إذا كان $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ **$-\sqrt{5}/5$**

10) $\cot\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{1}{3}$ **$-3\sqrt{2}/4$**

الرجوع

بسّط كل عبارة ممّا يأتي:

11) $\csc\theta\tan\theta$ — sec Θ

12) $\dfrac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}$ — $\cos^2$ Θ

13) $\sin^2\theta\cot^2\theta$ — $\cos^2$ Θ

14) $\cot^2\theta + 1$ — $\csc^2$ Θ

15) $\dfrac{\csc^2\theta - \cot^2\theta}{1-\cos^2\theta}$ — $\csc^2$ Θ

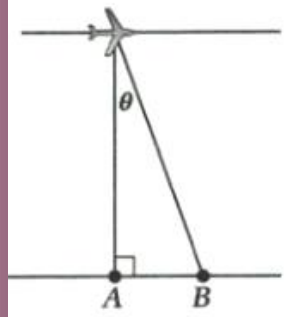
16) $\dfrac{\csc\theta - \sin\theta}{\cos\theta}$ — cot Θ

17) $\sin\theta + \cos\theta\cot\theta$ — csc Θ

18) $\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta} - \dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$ — 2tan Θ

19) $\sec^2\theta\cos^2\theta - \tan^2\theta$ — $1 - \tan^2$ Θ

20) **التصوير الجوي:** يُبيّن الشكل المجاور طائرة تلتقط صورة جوية للنقطة $A$. وبما أن النقطة تقع تحت الطائرة تمامًا، فإنه لا يوجد تشويه أو عيوب في الظل أو الصورة لها. وفي النقاط التي لا تقع مباشرة أسفل الطائرة يوجد تشويه في الصورة، يعتمد مقداره على بعد النقاط عن الموقع أسفل الطائرة. وعندما تزيد المسافة من الكاميرا إلى المنطقة المراد تصويرها يقل زمن عرض الصورة على فيلم التصوير في الكاميرا، حسب العلاقة: $(\sin\theta)(\csc\theta - \sin\theta)$. اكتب هذه العلاقة بدلالة $\cos\theta$ فقط.




$\cos^2$ Θ

21) **الأمواج:** المعادلة $y = a\sin\theta t$ تُمثّل ارتفاع الأمواج على العوامة عند الزمن $t$ بالثواني. عبّر عن $a$ بدلالة $\csc\theta t$.

cos Θ t = a / y

الرجوع

# 2-3 إثبات صحة المتطابقات المثلثية

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

(1 $\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

L.H.S $(\sin^2 \Theta + \cos^2 \Theta) / \cos^2 \Theta$
$= 1 / \cos^2 \Theta = \sec^2 \Theta = R.H.S$

(2 $\frac{\cos^2\theta}{1 - \sin^2\theta} = 1$

L.H.S $\cos^2 \Theta / ( 1 - \sin^2 \Theta )$
$= \cos^2 \Theta / \cos^2 \Theta = 1 = R.H.S$

(3 $(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta) = \cos^2\theta$

L.H.S $( 1 + \sin \Theta )(1 - \sin \Theta)$
$= 1- \sin^2 \Theta = \cos^2 \Theta = R.H.S$

(4 $\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1 = \sec^4\theta$

L.H.S $\tan^4 \Theta + 2 \tan^2 \Theta + 1$
$= ( \tan^2 \Theta + 1 )^2 = (\sec^2 \Theta)^2 = \sec^4 \Theta$

(5 $\cos^2\theta \cot^2\theta = \cot^2\theta - \cos^2\theta$

R.H.S $\cot^2 \Theta - \cos^2 \Theta$
$= ( \cos^2 \Theta / \sin^2 \Theta ) - \cos^2 \Theta$
$= \cos^2 \Theta ( 1 - \sin^2 \Theta) / \sin^2 \Theta$
$= \cos^2 \Theta . \cos^2 \Theta / \sin^2 \Theta$
$= \cos^2 \Theta . \cot^2 \Theta = L.H.S$

(6 $(\sin^2\theta)(\csc^2\theta + \sec^2\theta) = \sec^2\theta$

L.H.S $\sin^2 \Theta ( \csc^2 \Theta + \sec^2 \Theta)$
$= \sin^2 \Theta . \csc^2 \Theta + \sin^2 \Theta \sec^2 \Theta$
$= 1 + \tan^2 \Theta$
$= \sec^2 \Theta = R.H.S$

7) **فيزياء:** مربع السرعة الابتدائية لجسيم قُذف من سطح الأرض هو $v^2 = \frac{2gh}{\sin^2 \theta}$ ، حيث $\theta$ زاوية القذف، و $h$ أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم. و $g$ مقدار تسارع الجاذبية الأرضية. أثبت صحّة المتطابقة الآتية:

$$\frac{2gh}{\sin^2 \theta} = \frac{2gh \sec^2 \theta}{\sec^2 \theta - 1}$$

8) **ضوء:** تُقاس شدة مصدر الضوء بالشمعة، من خلال المعادلة $I = ER^2 \sec \theta$ ، حيث $E$ هي مقدار الإنارة بالشمعة لكل قدم مربعة على السطح، و $R$ هي المسافة بالأقدام من مصدر الضوء، و $\theta$ هي الزاوية بين شعاع الضوء والخط العامودي على السطح. برهن المتطابقة التالية: $ER^2(1 + \tan^2 \theta) \cos \theta = ER^2 \sec \theta$ .

الرجوع

# 3-3 المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ مما يأتي:

1) $\cos 75°$ $(\sqrt{6} - \sqrt{2}) / 4$

2) $\cos 375°$ $(\sqrt{6} + \sqrt{2}) / 4$

3) $\sin(-165°)$ $(-\sqrt{6} - \sqrt{2}) / 4$

4) $\sin(-105°)$ $(-\sqrt{6} + \sqrt{2}) / 4$

5) $\sin 150°$ $-\sqrt{3} / 2$

6) $\cos 240°$ $-1 / 2$

7) $\sin 225°$ $-\sqrt{2} / 2$

8) $\sin(-75°)$ $(\sqrt{6} - \sqrt{2}) / 4$

9) $\sin 195°$ $(-\sqrt{6} - \sqrt{2}) / 4$

الرجوع

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$ **(10**

**L.H.S cos ( 180 – Θ )**
**= cos180 cos Θ + sin 180 sin Θ**
**= - cos Θ = R.H.S**

$\sin(360^\circ + \theta) = \sin\theta$ **(11**

**Sin (360 +Θ )**
**= sin 360 cos Θ + cos 360 sin Θ**
**= 0 + 1.sin Θ = sinΘ = R.H.S**

$\sin(45^\circ + \theta) - \sin(45^\circ - \theta) = \sqrt{2}\sin\theta$ **(12**

**L.H.S sin(45+Θ) – sin ( 45 –Θ )**
**= sin45 cos Θ + cos45 sin Θ - sin45 cos Θ + cos 45 sin Θ**
**= 2cos 45 sin Θ = √2 sin Θ = R.H.S**

$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x$ **(13**

**L.H.S cos(x-π/6) + sin ( x - π/3)**
**= cos x cos π/6 + sin x sin π/6 + sin x cos π/3 - Cos x sin π/3**
**= ½ sin x + ½ sin x**
**= sin x = R.H.S**

الرجوع

14) **الطاقة الشمسية:** في 21 من شهر مارس، تُحدّد القيمة العظمى للطاقة الشمسية الساقطة على القدم المربع من سطح الكرة الأرضية في موقع معيّن بالتعبير: $E \sin(90^\circ - \phi)$ ، حيث $\phi$ هي خط العرض الجغرافي للموقع، و $E$ هي مقدار ثابت. استخدم صيغة النسب المثلثية للفرق بين الزوايا، لإيجاد كمية الطاقة الشمسية بدلالة جيب التمام $(\cos \phi)$ ، للموقع الجغرافي الذي يُمثّله خط العرض $\phi$ .

15) **كهرباء:** تُحدّد شدة التيار $(c)$ بالأمبيرات في دائرة كهربائية فيها تيار متردّد بالصيغة: $c = 2\sin(120t)$ بعد $t$ ثانية.

**a)** أعد كتابة الصيغة باستعمال النسب المثلثية لمجموع زاويتين.

**b)** استعمل صيغة النسب المثلثية لمجموع الزوايا في إيجاد قيمة التيار عند $t = 1$ ثانية.

الرجوع

# 4-3 المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من $\sin 2\theta, \cos 2\theta, \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}$ إذا كان:

1) $\cos \theta = \frac{5}{13}; 0° < \theta < 90°$

2) $\sin \theta = \frac{8}{17}; 90° < \theta < 180°$

3) $\cos \theta = \frac{1}{4}; 270° < \theta < 360°$

4) $\sin \theta = -\frac{2}{3}; 180° < \theta < 270°$

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ مما يأتي:

5) $\tan 105°$

6) $\tan 15°$

7) $\cos 67.5°$

8) $\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

9) $\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\tan \theta - \sin \theta}{2 \tan \theta}$

10) $\sin 4\theta = 4 \cos 2\theta \sin \theta \cos \theta$

الرجوع

11) **صور جوية:** في التصوير الجوّي يوجد تناقص في درجة وضوح صور الفلم لأي نقطة $X$ لا تقع مباشرة أسفل الكاميرا. يُعطى التناقص في وضوح الصورة $E_\theta$ بالعلاقة $E_\theta = E_0 \cos^4 \theta$ ، حيث $\theta$ هي الزاوية بين الخط العامودي على الكاميرا إلى سطح الأرض والخط من الكاميرا إلى النقطة $X$ ، و $E_0$ هي درجة وضوح للنقطة $X$ الموجودة مباشرة تحت الكاميرا. استعمل المتطابقة $2 \sin^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$ في إثبات أن:

$$E_0 \cos^4 \theta = E_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2\theta}{2}\right)^2$$

12) **التصوير:** تلتقط آلة المسح الجوّي صورًا حرارية من بعد 300 متر إلى 1200 متر. إذا علمت أن عرض المنطقة $W$ التي يتم تغطيتها بالصورة تُعطى بالعلاقة: $W = 2H' \tan \theta$ ، حيث $H'$ هي الارتفاع، و $\theta$ هي نصف زاوية المسح. برهن أن

$$\frac{2H' \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta} = 2H' \tan \theta$$

الرجوع

# 5-3 حل المعادلات المثلثية

حُلّ كل معادلة مما يأتي لقيم $\theta$ جميعها الموضحة بجانب كل منها:

1) $\sqrt{2}\cos\theta = \sin 2\theta;\ 0° \le \theta \le 360°$

2) $\sin 2\theta = \cos\theta;\ 90° \le \theta < 180°$

3) $\cos 4\theta = \cos 2\theta;\ 180° \le \theta < 360°$

4) $\cos\theta + \cos(90 - \theta) = 0;\ 0 \le \theta < 2\pi$

5) $2 + \cos\theta = 2\sin^2\theta;\ \pi \le \theta \le \frac{3\pi}{2}$

6) $\tan^2\theta + \sec\theta = 1;\ \frac{\pi}{2} \le \theta < \pi$

حُلّ كل معادلة مما يأتي لقيم $\theta$ جميعها، إذا كان قياس $\theta$ بالراديان:

7) $\cos^2\theta = \sin^2\theta$

8) $\cot\theta = \cot^3\theta$

9) $\sqrt{2}\sin^3\theta = \sin^2\theta$

10) $\cos^2\theta \sin\theta = \sin\theta$

11) $2\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

12) $\sec^2\theta = 2$

الرجوع

حُلّ كل معادلة مما يأتي لقيم $\theta$ جميعها. إذا كان قياس $\theta$ بالدرجات:

**13** $\sin^2 \theta \cos \theta = \cos \theta$

**14** $\csc^2 \theta - 3 \csc \theta + 2 = 0$

**15** $\dfrac{3}{1 + \cos \theta} = 4(1 - \cos \theta)$

**16** $\sqrt{2} \cos^2 \theta = \cos^2 \theta$

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

**17** $4 \sin^2 \theta = 3$

**18** $4 \sin^2 \theta - 1 = 0$

**19** $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta = -1$

**20** $\cos 2\theta + \sin \theta - 1 = 0$

الرجوع

21) **أمواج:** تُسبّب الأمواج تحرّك العوامة بنمط ثابت معيّن في الماء. يمكن تحديد ارتفاع العوامة $h$ بالمعادلة: $h = 2 \sin x$ ، اكتب تعبيرًا لموقع العوامة، عندما يكون ارتفاعها عند خط المنتصف.

22) **كهرباء:** يمكنك وصف شدة التيار الكهربائي المتردد المار في دائرة كهربائية ما بالعلاقة: $i = 3 \sin 240t$ ، حيث $i$ شدة التيار الكهربائي بالأمبير، و $t$ الزمن بالثواني. اكتب مقدارًا يصف الزمن عندما لا يوجد تيار كهربائي.

الرجوع

# الفصل الرابع
## القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطية


4-1 القطوع المكافئة.

4-2 القطوع الناقصة والدوائر.

4-3 القطوع الزائدة.

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية ودورانها.

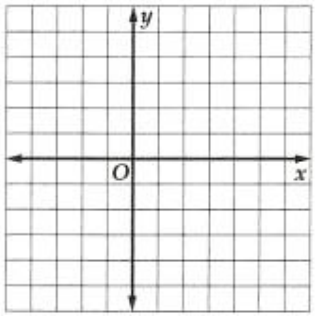
4-5 المعادلات الوسيطية.


الرئيسية

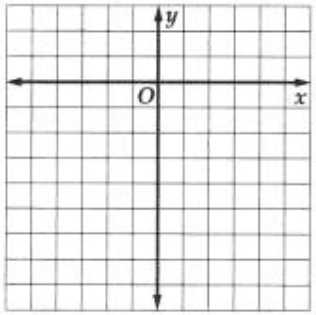
# 1-4 القطوع المكافئة

حدِّد خصائص القطع المكافئ المعطاة معادلته في كلٍّ مما يأتي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $(x-1)^2 = 8(y-2)$



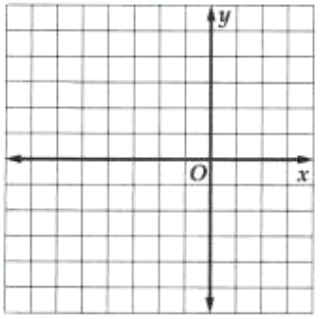

2) $y^2 + 6y + 9 = 12 - 12x$



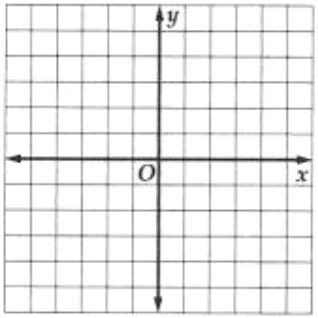

الرجوع

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في السؤالين 3, 4 ، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا.

**3)** الرأس $(-2, 4)$ ، والبؤرة $(-2, 3)$




**4)** الرأس $(0, 1)$ ؛ مفتوح أفقيًّا إلى اليمين، ويمر بالنقطة $(-7, 8)$.




**5)** اكتب المعادلة $x^2 + 8x = -4y - 8$ على الصورة القياسية للقطع المكافئ، ثم حدِّد خصائصه.

الرجوع

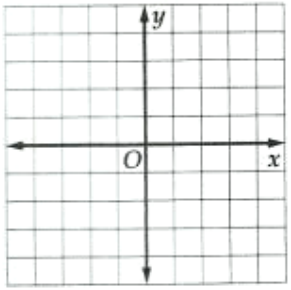
6) **قمر اصطناعي:** افترض أن طبقًا هوائيًّا على شكل قطع مكافئ، بحيث يبعد المستقبل 2 ft عن الرأس، ويقع في البؤرة. وافترض أن الرأس عند نقطة الأصل، وأن الطبق موجّه إلى الأعلى فأوجد معادلةً تمثِّل مقطعًا عرضيًّا للطبق.

الرجوع

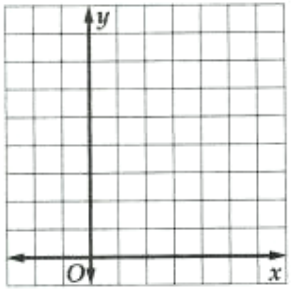
# 2-4 القطوع الناقصة والدوائر

حدِّد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كلٍّ مما يلي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$




2) $25x^2 + 9y^2 - 50x - 90y + 25 = 0$




اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

3) الرأسان $(4, 6)$ , $(-12, 6)$ ، و البؤرتان $(2, 6)$ , $(-10, 6)$

4) البؤرتان $(-2, 7)$ , $(-2, 1)$ ، وطول المحور الأكبر 10 وحدات.

الرجوع

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الناقص المعطاة معادلته في السؤالين الآتيين:

**5)** $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

**6)** $\frac{(y+2)^2}{64} + \frac{(x+1)^2}{9} = 1$

اكتب معادلة الدائرة التي تحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

**7)** المركز $(-6, 1)$ ، والقطر 8 .

**8)** المركز هو نقطة الأصل، ونصف القطر 3 .

**9)** النقطتان $(-4, 1)$ ,$(2, 3)$ طرفا قطر فيها.

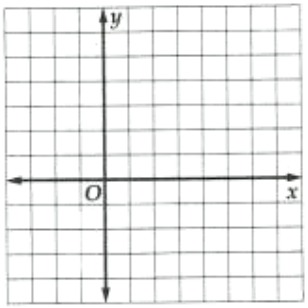
**10) نجارة:** يُستعمل قوس على شكل نصف قطع ناقص لتصميم لوحة رأسية لإطار سرير، ويساوي ارتفاع اللوحة الرأسية عند المركز 2 ft ، وعرضها 5 ft عند القاعدة. فأين يجب أن يضع النجار البؤرتين لتصميم اللوحة؟

الرجوع

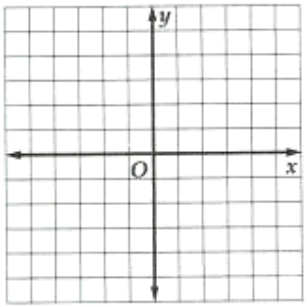
# 3-4 القطوع الزائدة

حدِّد خصائص القطع الزائد المعطاة معادلته في كلٍّ مما يلي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

**1)** $x^2 - 4y^2 - 4x + 24y - 36 = 0$




**2)** $\frac{y^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{4} = 1$




اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

**3)** الرأسان $(4, 6), (-10, 6)$، والبؤرتان $(6, 6), (-12, 6)$

**4)** البؤرتان $(0, -4), (0, 6)$، وطول المحور القاطع 8 وحدات.

الرجوع

5) حدّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{(x-7)^2}{36} - \frac{(y+10)^2}{121} = 1$

6) **صوت:** المسافة بين بيتي صديقين ميلٌ واحدٌ، وقد سمعا صوت طائرة في أثناء حديثهما معًا على الهاتف، وقد سمع أحدهما الصوت قبل الآخر بثانيتين. إذا كانت سرعة الصوت 1100 ft/s فاكتب معادلة القطع الزائد الذي يحدِّد موقع الطائرة.

الرجوع

# 4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية ودورانها

حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله كل معادلة مما يأتي دون كتابتها على الصورة القياسية:

**1)** $5x^2 + xy + 2y^2 - 5x + 8y + 9 = 0$

**2)** $16x^2 - 4y^2 - 8x - 8y + 1 = 0$

**3)** $4x^2 + 8xy + 4y^2 + x + 11y + 10 = 0$

**4)** $2x^2 + 4y^2 - 3x - 6y + 2 = 0$

استعمل قيمة $\theta$ المعطاة لكتابة الصورة القياسية لكل معادلة مما يأتي في المستوى $x'y'$ ، ثم حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثله:

**5)** $xy = 1;\ \theta = \frac{\pi}{4}$

**6)** $5x^2 + 6y^2 = 30;\ \theta = 30°$

الرجوع

اكتب معادلة القطع المخروطي لكلٍّ مما يأتي في المستوى $xy$ بناء على معادلته المعطاة في المستوى $x'y'$ والزاوية $\theta$ .

**7)** $(x')^2 = 16(y'); \theta = 45°$

**8)** $\frac{(x')^2}{25} - \frac{(y')^2}{4} = 1; \theta = \frac{\pi}{3}$

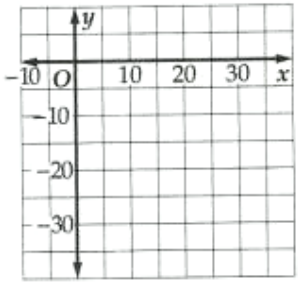
**9) اتصالات:** إذا كانت معادلة مقطع طبق قمر اصطناعي متحكم في موجات مذياع بدوران $45°$ في المستوى $x'y'$ $5x'^2 + 3y'^2 - 2y' = 0$ فاكتب معادلة هذا القطع في المستوى $xy$ .

الرجوع

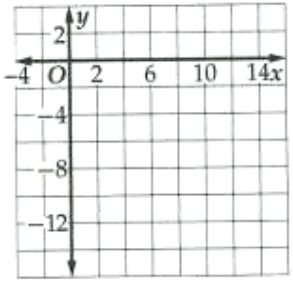
# 5-4 المعادلات الوسيطية

مثِّل بيانيًّا المنحنى المُعطى بالمعادلتين الوسيطيتين على الفترة المعطاة في كلٍّ مما يأتي بيانيًّا:

1) $x = t^2 + 1, y = \frac{t}{2} - 6; -5 \le t \le 5$




2) $x = 2t + 6, y = -\frac{t^2}{2}; -5 \le t \le 5$




اكتب كل معادلتين وسيطيتين فيما يأتي بالصورة الديكارتية:

3) $x = 2t + 3, y = t - 4$

4) $x = t + 5, y = -3t^2$

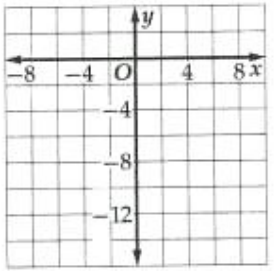
5) $x = 3 \sin \theta, y = 2 \cos \theta$

6) $y = 4 \sin \theta, x = 5 \cos \theta$

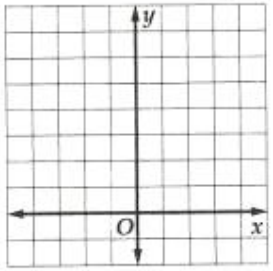
الرجوع

استعمل المتغير الوسيط في كلٍّ مما يأتي لكتابة المعادلتين الوسيطيتين اللتين تمثلان المعادلة الديكارتية المعطاة، ثم مثّل المنحنى بيانيًّا موضحًا السرعة والاتجاه.

**7)** $t = \frac{2-x}{3}, y = \frac{3-x^2}{2}$




**8)** $t = 4x - 1, y = x^2 + 2$




**9) مقذوفات:** يطلق محمود لعبةً صاروخيةً من مستوى الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها 80 ft/s، وبزاوية 80° مع الأفق.

**a)** اكتب معادلتين وسيطيتين لتمثيل مسار الصاروخ.

**b)** ما الزمن اللازم للصاروخ لقطع مسافة أفقية مقدارها 10 feet من نقطة البداية؟ وما المسافة الرأسية عند هذه النقطة؟

الرجوع