المتطابقات المثلثية

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من النسب المثلثية الآتية علمًا بأن: $0° < \theta < 90°$.

1) $\sin\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{5}{13}$ $\frac{12}{13}$

2) $\sin\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = \frac{1}{2}$ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3) $\sec\theta$ ، إذا كان $\tan\theta = 4$ $\sqrt{17}$

4) $\cot\theta$ ، إذا كان $\tan\theta = \frac{2}{5}$ $\frac{5}{2}$

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من النسب المثلثية الآتية ، علمًا بأن: $180° < \theta < 270°$.

5) $\sec\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = -\frac{15}{17}$ $-\frac{17}{8}$

6) $\cot\theta$ ، إذا كان $\csc\theta = -\frac{3}{2}$ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من النسب المثلثية الآتية ، علمًا بأن: $270° < \theta < 360°$.

7) $\cot\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{3}{10}$ $-\frac{3\sqrt{91}}{91}$

8) $\sec\theta$ ، إذا كان $\csc\theta = -8$ $\frac{8\sqrt{7}}{21}$

9) $\sin\theta$ ، إذا كان $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

10) $\cot\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{1}{3}$ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

بسّط كل عبارة ممّا يأتي:

11) $\csc\theta\tan\theta$ $\sec\theta$

12) $\frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}$ $\cos^2\theta$

13) $\sin^2\theta\cot^2\theta$ $\cos^2\theta$

14) $\cot^2\theta + 1$ $\csc^2\theta$

15) $\frac{\csc^2\theta - \cot^2\theta}{1-\cos^2\theta}$ $\csc^2\theta$

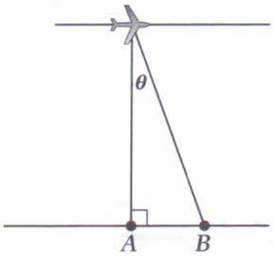
16) $\frac{\csc\theta - \sin\theta}{\cos\theta}$ $\cot\theta$

17) $\sin\theta + \cos\theta\cot\theta$ $\csc\theta$

18) $\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$ $2\tan\theta$

19) $\sec^2\theta\cos^2\theta - \tan^2\theta$ $\sec^2\theta$

20) **التصوير الجوي:** يُبيّن الشكل المجاور طائرة تلتقط صورة جوية للنقطة A . وبما أن النقطة تقع تحت الطائرة تمامًا، فإنه لا يوجد تشويه أو عيوب في الظل أو الصورة لها. وفي النقاط التي لا تقع مباشرة أسفل الطائرة يوجد تشويه في الصورة، يعتمد مقداره على بعد النقاط عن الموقع أسفل الطائرة. وعندما تزيد المسافة من الكاميرا إلى المنطقة المراد تصويرها يقل زمن عرض الصورة على فيلم التصوير في الكاميرا، حسب العلاقة: $(\sin\theta)(\csc\theta - \sin\theta)$. اكتب هذه العلاقة بدلالة $\cos\theta$ فقط.



$\cos^2\theta$

21) **الأمواج:** المعادلة $y = a\sin\theta t$ تُمثّل ارتفاع الأمواج على العوامة عند الزمن t بالثواني. عبّر عن a بدلالة $\csc\theta t$.

$a = y\csc\theta t$

3-2 إثبات صحة المتطابقات المثلثية

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

1) $\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$

$\frac{1}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

2) $\frac{\cos^2\theta}{1-\sin^2\theta} = 1$

$\frac{\cos^2\theta}{1-\sin^2\theta} = \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = 1$

3) $(1+\sin\theta)(1-\sin\theta) = \cos^2\theta$

$(1+\sin\theta)(1-\sin\theta) = 1-\sin^2\theta$

$= \cos^2\theta$

4) $\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1 = \sec^4\theta$

$\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1 = (\tan^2\theta+1)^2$

$= (\sec^2\theta)^2$

$= \sec^4\theta$

5) $\cos^2\theta\cot^2\theta = \cot^2\theta - \cos^2\theta$

$\cot^2 - \cos^2\theta = \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \cos^2\theta$

$= \cos^2\theta\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - 1\right)$

$= \cos^2\theta\left(\frac{1-\sin^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$

$= \cos^2\theta\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$

$= \cos^2\theta . \cot^2\theta$

6) $(\sin^2\theta)(\csc^2\theta + \sec^2\theta) = \sec^2\theta$

$\sin^2\theta(\csc^2\theta + \sec^2\theta) =$

$= \sin^2\theta\left(\frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\cos^2\theta}\right) =$

$= \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} =$

$= 1 + \tan^2\theta$

$= \sec^2\theta$

7) **فيزياء:** مربع السرعة الابتدائية لجسيم قُذف من سطح الأرض هو $v^2 = \frac{2gh}{\sin^2\theta}$ ، حيث θ زاوية القذف، و h أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم. و g مقدار تسارع الجاذبية الأرضية. أثبت صحّة المتطابقة الآتية:

$$\frac{2gh}{\sin^2\theta} = \frac{2gh\sec^2\theta}{\sec^2\theta - 1}$$

$\frac{2gh}{\sin^2\theta} = \frac{2gh}{1-\cos^2\theta} = \frac{2gh}{1-\frac{1}{\sec^2\theta}} = \frac{2gh}{\frac{\sec^2\theta - 1}{\sec^2\theta}} = \frac{2gh\sec^2\theta}{\sec^2\theta - 1}$

8) **ضوء:** تُقاس شدة مصدر الضوء بالشمعة، من خلال المعادلة $I = ER^2\sec\theta$ ، حيث E هي مقدار الإنارة بالشمعة لكل قدم مربعة على السطح، و R هي المسافة بالأقدام من مصدر الضوء، و θ هي الزاوية بين شعاع الضوء والخط العامودي على السطح. برهن المتطابقة التالية: $ER^2(1+\tan^2\theta)\cos\theta = ER^2\sec\theta$.

$ER^2(1+\tan^2\theta)\cos\theta = ER\sec^2\theta . \cos\theta = ER^2\sec^2\theta\frac{1}{\sec\theta} = ER^2\sec\theta$

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ مما يأتي:

1) $\cos 75°$ $\quad \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) $\cos 375°$ $\quad \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

3) $\sin(-165°)$ $\quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

4) $\sin(-105°)$ $\quad \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

5) $\sin 150°$ $\quad \frac{1}{2}$

6) $\cos 240°$ $\quad -\frac{1}{2}$

7) $\sin 225°$ $\quad -\frac{\sqrt{2}}{2}$

8) $\sin(-75°)$ $\quad \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

9) $\sin 195°$ $\quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

10) $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$

$\cos(180-\theta) = \cos 180 \cos\theta + \sin 180 \sin\theta$

$= -\cos\theta + 0\sin\theta = -\cos\theta$

11) $\sin(360° + \theta) = \sin\theta$

$\sin(360+\theta) = \sin 360 \cos\theta + \cos 360 \sin\theta$

$= 0\cos\theta + 1\sin\theta = \sin\theta$

12) $\sin(45° + \theta) - \sin(45° - \theta) = \sqrt{2}\sin\theta$

$= \sin(45+\theta) - \sin(45-\theta)$

$= \sin 45° \cos\theta + \cos 45 \sin\theta - (\sin 45 \cos\theta - \cos 45 \sin\theta)$

$= 2\cos 45 \sin\theta = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

13) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x$

$\cos x \cos\frac{\pi}{6} + \sin x \sin\frac{\pi}{6} + \sin x \cos\frac{\pi}{3} - \cos x \sin\frac{\pi}{3}$

$= \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x} + \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{2}\sin x - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x} = \sin x$

14) **الطاقة الشمسية:** في 21 من شهر مارس، تُحدّد القيمة العظمى للطاقة الشمسية الساقطة على القدم المربع من سطح الكرة الأرضية في موقع معيّن بالتعبير: $E\sin(90° - \phi)$ ، حيث ϕ هي خط العرض الجغرافي للموقع، و E هي مقدار ثابت. استخدم صيغة النسب المثلثية للفرق بين الزوايا، لإيجاد كمية الطاقة الشمسية بدلالة جيب التمام $(\cos\phi)$ ، للموقع الجغرافي الذي يُمثّله خط العرض ϕ .

$E\cos\phi$

15) **كهرباء:** تُحدّد شدة التيار (c) بالأمبيرات في دائرة كهربائية فيها تيار متردّد بالصيغة: $c = 2\sin(120t)$ بعد t ثانية.

a) أعد كتابة الصيغة باستعمال النسب المثلثية لمجموع زاويتين. $c = 2\sin(90t + 30t)$

b) استعمل صيغة النسب المثلثية لمجموع الزوايا في إيجاد قيمة التيار عند $t = 1$ ثانية.

$\sqrt{3}$ أمبير

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من $\sin 2\theta, \cos 2\theta, \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}$ إذا كان:

1) $\cos \theta = \frac{5}{13}; 0° < \theta < 90°$

$\frac{120}{169}$, $\frac{-119}{169}$, $\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

2) $\sin \theta = \frac{8}{17}; 90° < \theta < 180°$

$-\frac{240}{299}$, $\frac{161}{299}$, $\frac{4\sqrt{17}}{17}$, $\frac{\sqrt{17}}{17}$

3) $\cos \theta = \frac{1}{4}; 270° < \theta < 360°$

$-\frac{\sqrt{15}}{8}$, $-\frac{7}{8}$, $\frac{\sqrt{6}}{6}$, $\frac{\sqrt{10}}{4}$

4) $\sin \theta = -\frac{2}{3}; 180° < \theta < 270°$

$\frac{4\sqrt{5}}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{\sqrt{18-6\sqrt{3}}}{6}$, $-\frac{\sqrt{18-6\sqrt{3}}}{6}$

أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ مما يأتي:

5) $\tan 105°$

$-2-\sqrt{3}$

6) $\tan 15°$

$2-\sqrt{3}$

7) $\cos 67.5°$

$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

8) $\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$

$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

9) $\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\tan \theta - \sin \theta}{2 \tan \theta}$

$$\frac{\tan\theta - \sin\theta}{2\tan\theta} = \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \sin\theta}{\frac{2\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\frac{\sin\theta - \sin\theta\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{2\sin\theta}{\cos\theta}} =$$

$$= \frac{\sin\theta(1-\cos\theta)}{\cos\theta} \cdot \frac{\cos\theta}{2\sin\theta} = \frac{1}{2}(1-\cos\theta) = \sin^2\frac{\theta}{2}$$

10) $\sin 4\theta = 4 \cos 2\theta \sin \theta \cos \theta$

$$\sin 4\theta = \sin 2(2\theta) = 2\sin 2\theta \cos 2\theta = 4\sin\theta\cos\theta\cos 2\theta$$

11) **صور جوية :** في التصوير الجوّي يوجد تناقص في درجة وضوح صور الفلم لأي نقطة X لا تقع مباشرة أسفل الكاميرا. يُعطى التناقص في وضوح الصورة E_θ بالعلاقة $E_\theta = E_0 \cos^4 \theta$ ، حيث θ هي الزاوية بين الخط العامودي على الكاميرا إلى سطح الأرض والخط من الكاميرا إلى النقطة X ، و E_0 هي درجة وضوح للنقطة X الموجودة مباشرة تحت الكاميرا. استعمل المتطابقة $2 \sin^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$ في إثبات أن:

$$E_0 \cos^4 \theta = E_0\left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2\theta}{2}\right)^2$$

$$E_0\cos^4\theta = E_0(\cos^2\theta)^2 = E_0(1-\sin^2\theta)^2$$

$$= E_0\left(1 - \frac{2\sin^2\theta}{2}\right)^2 = E_0\left(1 - \frac{1-\cos 2\theta}{2}\right)^2 = E_0\left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2\theta}{2}\right)^2$$

12) **التصوير:** تلتقط آلة المسح الجوّي صورًا حرارية من بعد 300 متر إلى 1200 متر. إذا علمت أن عرض المنطقة W التي يتم تغطيتها بالصورة تُعطى بالعلاقة: $W = 2H' \tan \theta$ ، حيث H' هي الارتفاع، و θ هي نصف زاوية المسح. برهن أن

$$\frac{2H' \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta} = 2H' \tan \theta$$

$$\frac{2H'\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta} = \frac{4H'\sin\theta\cos\theta}{\cancel{1} + 2\cos^2\theta - \cancel{1}} = \frac{2\cancel{4}H'\sin\theta\cancel{\cos\theta}}{\cancel{2}\cos^{\cancel{2}}\theta} = 2H'\tan\theta$$

الفصل الثالث
المتطابقات والمعادلات المثلثية

3-5 حل المعادلات المثلثية

حُلّ كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها:

1) $\sqrt{2}\cos\theta = \sin 2\theta;\ 0° \le \theta \le 360°$

$45°$ ، $90°$ ، $135°$ و $270°$

2) $\sin 2\theta = \cos\theta;\ 90° \le \theta < 180°$

$90°$ ، $150°$ ،

3) $\cos 4\theta = \cos 2\theta;\ 180° \le \theta < 360°$

$180°$ ، $240°$ ، $300°$

4) $\cos\theta + \cos(90 - \theta) = 0;\ 0 \le \theta < 2\pi$

$\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$

5) $2 + \cos\theta = 2\sin^2\theta;\ \pi \le \theta \le \frac{3\pi}{2}$

$\frac{4\pi}{3}$ و $\frac{3\pi}{2}$

6) $\tan^2\theta + \sec\theta = 1;\ \frac{\pi}{2} \le \theta < \pi$

$\frac{2\pi}{3}$

حُلّ كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها، إذا كان قياس θ بالراديان:

7) $\cos^2\theta = \sin^2\theta$

$\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

8) $\cot\theta = \cot^3\theta$

$\frac{\pi}{2} + k\pi$ ، $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

9) $\sqrt{2}\sin^3\theta = \sin^2\theta$

$\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ و $k\pi$ و $\frac{\pi}{4} + 2k\pi$

10) $\cos^2\theta\sin\theta = \sin\theta$

$k\pi$

11) $2\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

$\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

12) $\sec^2\theta = 2$

$\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

حُلّ كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها، إذا كان قياس θ بالدرجات:

13) $\sin^2\theta\cos\theta = \cos\theta$

$90° + k \cdot 180°$

14) $\csc^2\theta - 3\csc\theta + 2 = 0$

$30° + k \cdot 180°$ ، $90° + k \cdot 360°$ ، $150° + k \cdot 360°$

15) $\frac{3}{1 + \cos\theta} = 4(1 - \cos\theta)$

$60° + k \cdot 180°$ ، $120° + k \cdot 180°$

أو $60° + k \cdot 180$ ، $120 + k \cdot 180$

16) $\sqrt{2}\cos^2\theta = \cos^2\theta$

$90° + k \cdot 360$

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

17) $4\sin^2\theta = 3$

$\frac{\pi}{3} + k\pi$ ، $\frac{2\pi}{3} + k\pi$

18) $4\sin^2\theta - 1 = 0$

$\frac{\pi}{6} + k\pi$ ، $\frac{5\pi}{6} + k\pi$

او $30° + k \cdot 180°$ و $150° + k \cdot 180°$

19) $2\sin^2\theta - 3\sin\theta = -1$

$\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi$ ، $\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ ، $\frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi$

20) $\cos 2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

$k\pi$ ، $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ و $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ، $k \cdot 180$ ، $30 + k \cdot 360$ ، $150° + k \cdot 360°$

21) **أمواج:** تُسبّب الأمواج تحرّك العوامة بنمط ثابت معيّن في الماء. يمكن تحديد ارتفاع العوامة h بالمعادلة: $h = 2\sin x$ ، اكتب تعبيرًا لموقع العوامة، عندما يكون ارتفاعها عند خط المنتصف.

$k \cdot 180°$ أو $k \cdot \pi$

22) **كهرباء:** يمكنك وصف شدة التيار الكهربائي المتردد المار في دائرة كهربائية ما بالعلاقة: $i = 3\sin 240t$ ، حيث i شدة التيار الكهربائي بالأمبير، و t الزمن بالثواني. اكتب مقدارًا يصف الزمن عندما لا يوجد تيار كهربائي.

$t = 0.75k$

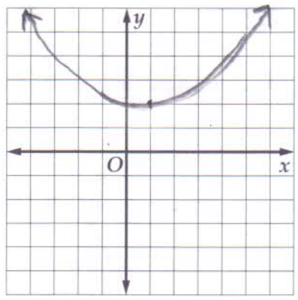
حدِّد خصائص القطع المكافئ المعطاة معادلته في كلٍّ مما يأتي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $(x-1)^2 = 8(y-2)$

الرأس $(1, 2)$ ، البؤرة $(1, 4)$

معادلة محور التماثل $x = 1$

الدليل $y = 0$

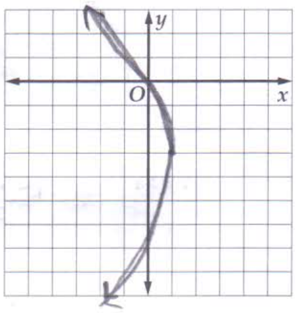


2) $y^2 + 6y + 9 = 12 - 12x$

الرأس $(1, -3)$ ، البؤرة $(-2, -3)$

معادلة محور التماثل $y = -3$

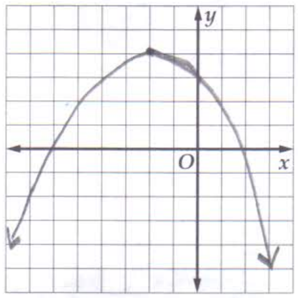
معادلة الدليل $x =$



اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في السؤالين 3, 4 ، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا.

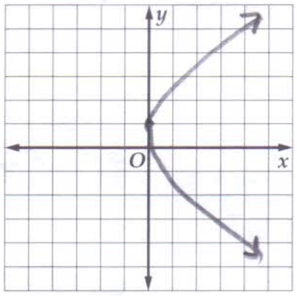
3) الرأس $(-2, 4)$ ، والبؤرة $(-2, 3)$

$(x+2)^2 = -4(y-4)$



4) الرأس $(0, 1)$ ؛ مفتوح أفقيًّا إلى اليمين، ويمر بالنقطة $(8, -7)$.

$(y-1)^2 = 8x$



5) اكتب المعادلة $x^2 + 8x = -4y - 8$ على الصورة القياسية للقطع المكافئ، ثم حدِّد خصائصه.

$(x+4)^2 = -4(y-2)$, $(-4, 2)$, $(-4, 1)$ ، $x = -4$ ، $y = 3$

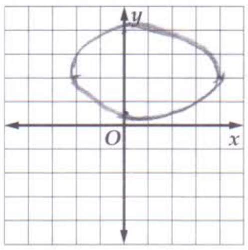
6) قمر اصطناعي: افترض أن طبقًا هوائيًّا على شكل قطع مكافئ، بحيث يبعد المستقبل 2 ft عن الرأس، ويقع في البؤرة. وافترض أن الرأس عند نقطة الأصل، وأن الطبق موجّه إلى الأعلى فأوجد معادلةً تمثِّل مقطعًا عرضيًّا للطبق.

$x^2 = 8y$

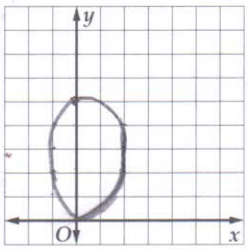
4-2 القطوع الناقصة والدوائر

حدِّد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كلٍّ مما يلي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$



2) $25x^2 + 9y^2 - 50x - 90y + 25 = 0$



اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

3) الرأسان $(4, 6)$, $(-12, 6)$ ، و البؤرتان $(2, 6)$, $(-10, 6)$

$$\frac{(x+4)^2}{64} + \frac{(y-6)^2}{28} = 1$$

4) البؤرتان $(-2, 7)$, $(-2, 1)$ ، وطول المحور الأكبر 10 وحدات.

$$\frac{(y-4)^2}{25} + \frac{(x+2)^2}{16} = 1$$

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الناقص المعطاة معادلته في السؤالين الآتيين:

5) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

$\frac{3}{5}$

6) $\frac{(y+2)^2}{64} + \frac{(x+1)^2}{9} = 1$

$\frac{\sqrt{55}}{8}$

اكتب معادلة الدائرة التي تحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

7) المركز $(-6, 1)$ ، والقطر 8 .

$(x+6)^2 + (y-1)^2 = 69$

8) المركز هو نقطة الأصل، ونصف القطر 3 .

$x^2 + y^2 = 9$

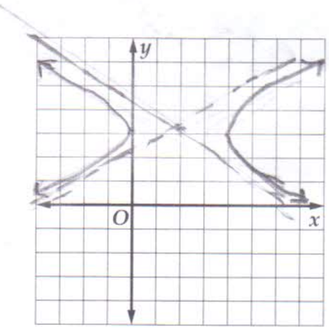
9) النقطتان $(-4, 1)$, $(2, 3)$ طرفا قطر فيها.

10) نجارة: يُستعمل قوس على شكل نصف قطع ناقص لتصميم لوحة رأسية لإطار سرير، ويساوي ارتفاع اللوحة الرأسية عند المركز 2 ft ، وعرضها 5 ft عند القاعدة. فأين يجب أن يضع النجار البؤرتين لتصميم اللوحة؟

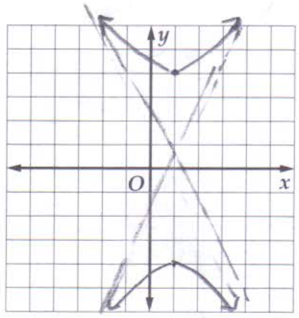
١٫٠٩ ft على جانبي المركز

حدِّد خصائص القطع الزائد المعطاة معادلته في كلٍّ مما يلي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $x^2 - 4y^2 - 4x + 24y - 36 = 0$



2) $\frac{y^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{4} = 1$



اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

3) الرأسان $(-10, 6)$, $(4, 6)$ ، والبؤرتان $(-12, 6)$, $(6, 6)$

$\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{(y-4)^2}{32} = 1$

4) البؤرتان $(0, -4)$, $(0, 6)$ ، وطول المحور القاطع 8 وحدات.

$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

5) حدّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{(x-7)^2}{36} - \frac{(y+10)^2}{121} = 1$

$\frac{\sqrt{157}}{6}$

6) **صوت:** المسافة بين بيتي صديقين ميلٌ واحدٌ، وقد سمعا صوت طائرة في أثناء حديثهما معًا على الهاتف، وقد سمع أحدهما الصوت قبل الآخر بثانيتين. إذا كانت سرعة الصوت 1100 ft/s فاكتب معادلة القطع الزائد الذي يحدِّد موقع الطائرة.

$\frac{x^2}{1210000} - \frac{y^2}{5759600} = 1$

تحديد أنواع القطوع المخروطية ودورانها

حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله كل معادلة مما يأتي دون كتابتها على الصورة القياسية:

1) $5x^2 + xy + 2y^2 - 5x + 8y + 9 = 0$

قطع ناقص

2) $16x^2 - 4y^2 - 8x - 8y + 1 = 0$

قطع زائد

3) $4x^2 + 8xy + 4y^2 + x + 11y + 10 = 0$

قطع مكافئ

4) $2x^2 + 4y^2 - 3x - 6y + 2 = 0$

قطع ناقص

استعمل قيمة θ المعطاة لكتابة الصورة القياسية لكل معادلة مما يأتي في المستوى $x'y'$، ثم حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثله:

5) $xy = 1; \theta = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}(x)^2 - \frac{1}{2}(y)^2 - 1 = 0$

قطع زائد

6) $5x^2 + 6y^2 = 30; \theta = 30°$

$21(x')^2 + 2\sqrt{3}\,x'y' + 23(y')^2 - 120 = 0$

قطع ناقص

اكتب معادلة القطع المخروطي لكلٍّ مما يأتي في المستوى xy بناء على معادلته المعطاة في المستوى $x'y'$ والزاوية θ .

7) $(x')^2 = 16(y'); \theta = 45°$

$x^2 + 16\sqrt{2}\,x + 2xy - 16\sqrt{2}\,y^2 = 0$

8) $\frac{(x')^2}{25} - \frac{(y')^2}{4} = 1; \theta = \frac{\pi}{3}$

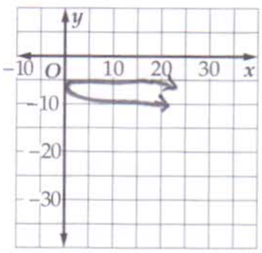
$-71y^2 + 58\sqrt{3}\,xy - 13x^2 = 40$

9) **اتصالات:** إذا كانت معادلة مقطع طبق قمر اصطناعي متحكم في موجات مذياع بدوران $45°$ في المستوى $x'y'$ $5x'^2 + 3y'^2 - 2y' = 0$ فاكتب معادلة هذا القطع في المستوى xy .

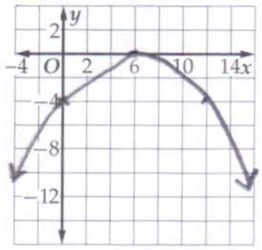
$4x^2 + 2xy + 4y^2 + \sqrt{2}\,x - \sqrt{2}\,y = 0$

مثِّل بيانيًّا المنحنى المُعطى بالمعادلتين الوسيطيتين على الفترة المعطاة في كلٍّ مما يأتي بيانيًّا:

1) $x = t^2 + 1\,,\ y = \frac{t}{2} - 6;\ -5 \le t \le 5$



2) $x = 2t + 6\,,\ y = -\frac{t^2}{2};\ -5 \le t \le 5$



اكتب كل معادلتين وسيطيتين فيما يأتي بالصورة الديكارتية:

3) $x = 2t + 3,\ y = t - 4$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{11}{2}$

4) $x = t + 5,\ y = -3t^2$

$y = -3(x-5)^2$

5) $x = 3\sin\theta,\ y = 2\cos\theta$

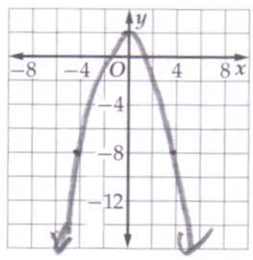
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

6) $y = 4\sin\theta,\ x = 5\cos\theta$

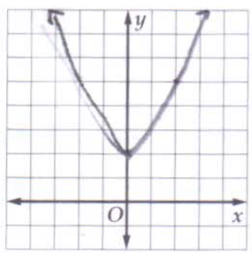
$\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{25} = 1$

استعمل المتغير الوسيط في كلٍّ مما يأتي لكتابة المعادلتين الوسيطيتين اللتين تمثلان المعادلة الديكارتية المعطاة، ثم مثِّل المنحنى بيانيًّا موضحًا السرعة والاتجاه.

7) $t = \frac{2-x}{3},\ y = \frac{3-x^2}{2}$



8) $t = 4x - 1\,,\ y = x^2 + 2$



9) مقذوفات: يطلق محمود لعبةً صاروخيةً من مستوى الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها 80 ft/s، وبزاوية °80 مع الأفق.

a) اكتب معادلتين وسيطيتين لتمثيل مسار الصاروخ.

$x = 80t\cos 80^\circ\ ,\ y = 80t\sin 80^\circ - 16t^2$

b) ما الزمن اللازم للصاروخ لقطع مسافة أفقية مقدارها 10 feet من نقطة البداية؟ وما المسافة الرأسية عند هذه النقطة؟

0.72s , 48.43ft