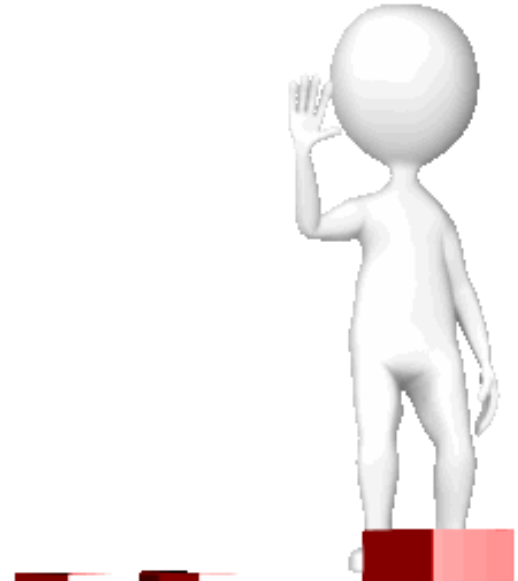
# الدرس

# الدوال الأسية
# EXPONENTIAL FUNCTIONS

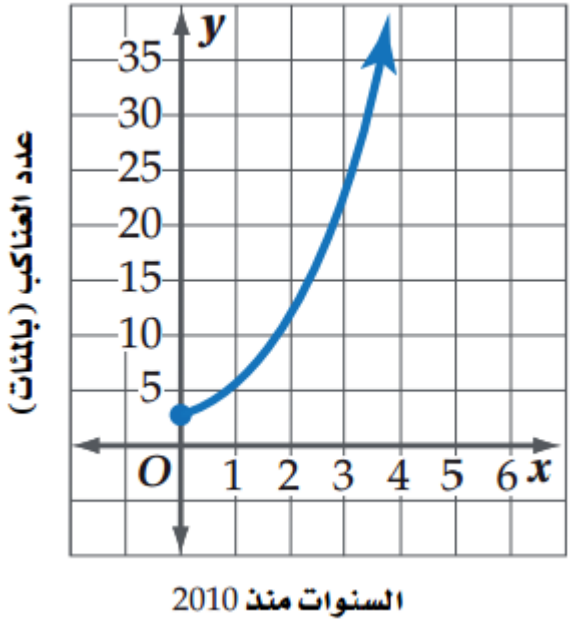


# Welcome

## لماذا ؟

قد تبدو عناكب الرتيلاء (Tarantulas) مخيفة بأجسامها الكبيرة المغطاة بالشعر وأرجلها الكبيرة، ولكنها غير مؤذية للإنسان، ويبيِّن التمثيل المجاور الزيادة في أعدادها عبر الزمن.

لاحظ أن هذا التمثيل ليس خطيًّا، وليس تربيعيًّا أيضًا، وإنما يمثِّل الدالة $y = 3(2)^x$، والتي هي مثال على الدالة الأسية.




**تمثيل الدوال الأسّيّة :** **الدالة الأسّية** هي دالة مكتوبة على الصورة

$y = ab^x$ حيث $a \neq 0, b > 0, b \neq 1$.

مفهوم أساسي

# الدالة الأسية

**التعبير اللفظي:** الدالة الأسية هي دالة يمكن وصفها بمعادلة على الصورة

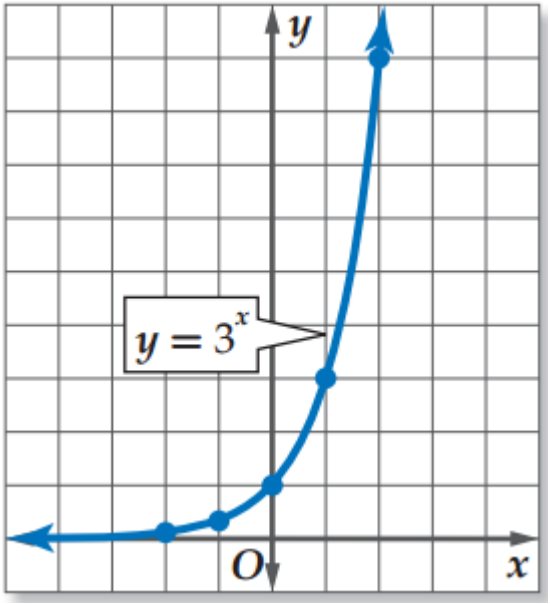
$$y = ab^x, a \neq 0, b > 0, b \neq 1$$

**أمثلة:** $y = (\frac{1}{2})^x$ $y = 4^x$ $y = 2(3)^x$

## مثال 1

## تمثيل الدالة الأسيّة عندما $a > 0$ ، $b > 1$

a) مثّل الدالة $y = 3^x$ بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور $y$، وحدد مجال الدالة ومداها.




| $x$ | $3^x$ | y |
|---|---|---|
| $-2$ | $3^{-2}$ | $\frac{1}{9}$ |
| $-1$ | $3^{-1}$ | $\frac{1}{3}$ |
| 0 | $3^0$ | 1 |
| 1 | $3^1$ | 3 |
| 2 | $3^2$ | 9 |

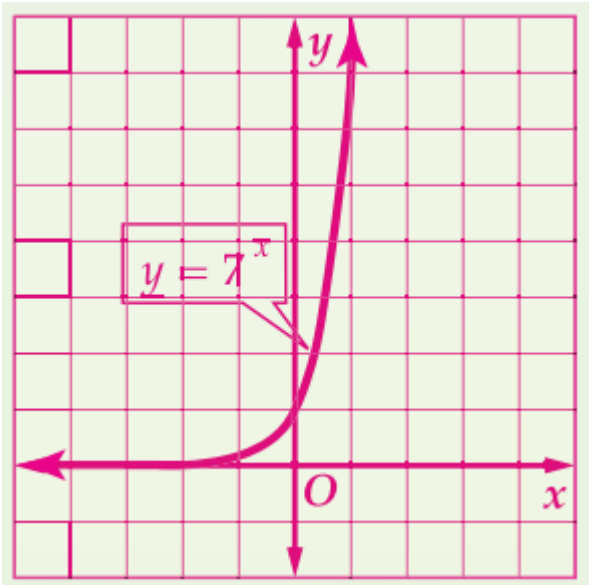
عين الأزواج المرتبة الواردة في الجدول ، ثم صل بينها بمنحنى . لاحظ أن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور عندما ، $y = 1$ وهذا يعني أن منحنى الدالة يمر بالنقطة ،(٠ ،١) لذا فمقطع المحور $y$ هو ، ١ و مجال الدالة هو جميع الأعداد الحقيقية، ومداها جميع الأعداد الحقيقية الموجبة .

**b)** استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $3^{0.7}$ إلى أقرب جزء من عشرة.

يظهر التمثيل البياني جميع القيم الحقيقية للمتغير $x$ والقيم المرتبطة بها للمتغير $y$، حيث $y = 3^x$، لذا فإذا كانت $x = 0.7$ فإن $y \approx 2.2$، (استعمل الآلة الحاسبة للتحقق من أن $3^{0.7} \approx 2.157669$).

## تحقق من فهمك

**1A)** مثّل الدالة $y = 7^x$ بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور $y$، وحدِّد مجال الدالة ومداها.




$1, D = \{x | x \in R\}$

$R = \{y | y > 0\}$

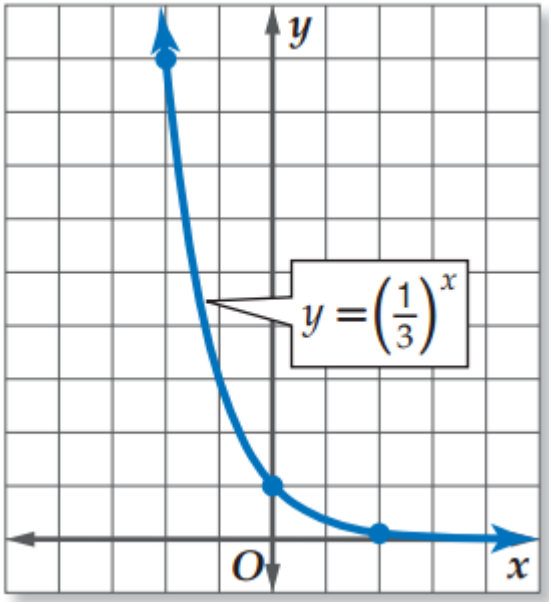
**1B)** استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $7^{0.5}$ إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.

يتضح من المثال (1) أعلاه أنه كلما ازدادت قيم $x$ بمقدار ثابت (قيمته 1)، فإن قيم $y$ تزداد أيضًا بنسبة ثابتة، فكل قيمة لـ $y$ تمثّل 3 أمثال القيمة السابقة لها مباشرة، لذا فالدالة متزايدة، كما أن المحور $x$ هو خط تقارب أفقي لها.

## مثال 2

## تمثيل الدالة الأسيّة عندما $a > 0$ ، $0 < b < 1$

a) مثّل الدالة $y = (\frac{1}{3})^x$ بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور $y$، وحدِّد مجال الدالة ومداها.




| $x$ | $(\frac{1}{3})^x$ | y |
|---|---|---|
| $-2$ | $(\frac{1}{3})^{-2}$ | 9 |
| 0 | $(\frac{1}{3})^0$ | 1 |
| 2 | $(\frac{1}{3})^2$ | $\frac{1}{9}$ |

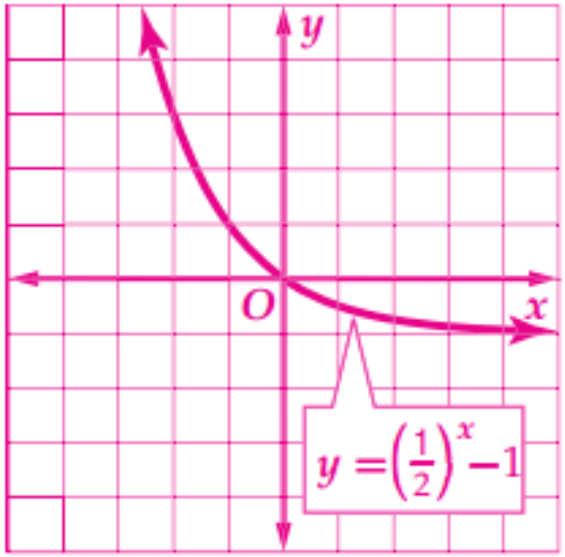
عيّن الأزواج المرتبة الواردة في الجدول، ثم صل بينها بمنحنى. لاحظ أن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور $y$ عندما $y = 1$، أي أن منحنى الدالة يمر بالنقطة $(1 , 0)$، لذا فمقطع المحور $y$ هو 1، ومجال الدالة هو جميع الأعداد الحقيقية، ومداها جميع الأعداد الحقيقية.

**b)** استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $(\frac{1}{3})^{-1.5}$ إلى أقرب جزء من عشرة.

عندما $x = -1.5$، فإن قيمة $y \approx 5.2$، (استعمل الآلة الحاسبة للتحقق من أن $(\frac{1}{3})^{-1.5} \approx 5.19615$).

## تحقق من فهمك

**2A)** مثّل الدالة $y = (\frac{1}{2})^x - 1$ بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور $y$، وحدِّد مجال الدالة ومداها.




$1, D = \{x \mid x \in R\}$

$R = \{y \mid y > -1\}$

**2B)** استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $(\frac{1}{2})^{-2.5} - 1$ إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.

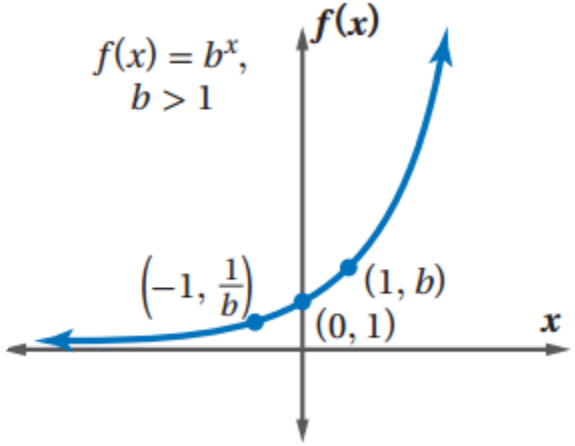
يتضح من المثال (2) أعلاه أنه كلما ازدادت قيم $x$ بمقدار ثابت قيمته 2، فإن قيم $y$ تتناقص بنسبة ثابتة، فكل قيمة لـ $y$ تمثِّل $\frac{1}{9}$ القيمة السابقة لها مباشرة، لذا فالدالة متناقصة، كما أن المحور $x$ هو خط تقاربٍ أفقي لها.

**النمو الأسّي:** تسمى الدالة الأسيّة $f(x) = b^x$، حيث $b > 1$ دالة **النمو الأسّي**.

## مفهوم أساسي

# الدالة الرئيسة (الأم) لدوال النمو الأسّي

**النموذج:**




**الدالة الرئيسة (الأم):** $f(x) = b^x, b > 1$

**خصائص منحنى الدالة:** متصل، متباين، متزايد

**المجال:** مجموعة الأعداد الحقيقية(R)

**المدى:** مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة($R^+$)

**خط التقارب** المحور $x$

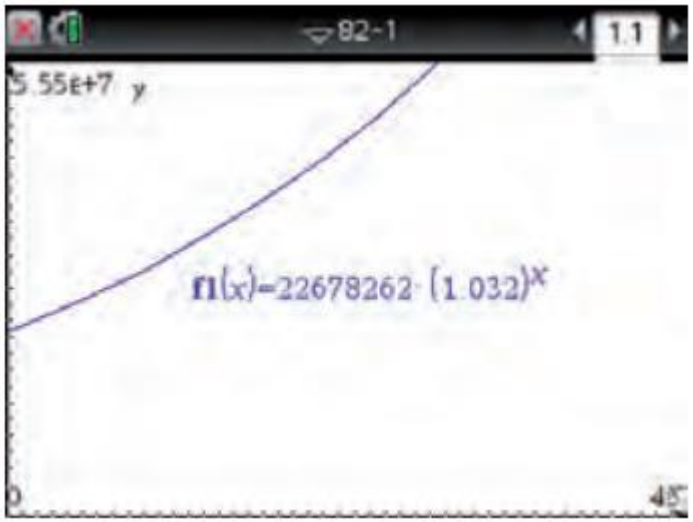
**مقطع المحور $y$:** 1

لاحظ أن قيم $f(x)$ تزداد كلما زادت قيم $x$. ولذلك نقول: إن $f(x)$ دالة متزايدة. يمكنك تمثيل الزيادة في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية باستعمال دالة النمو الأسي $A(t) = a(1 + r)^t$، حيث $t$ الفترة الزمنية، $a$ القيمة الابتدائية، $r$ النسبة المئوية للنمو في الفترة الزمنية الواحدة. لاحظ أن أساس العبارة الأسية هو $(r + 1)$ ويُسمى **عامل النمو**. وتستعمل دوال النمو الأسي عادةً لتمثيل النمو السكاني.

## مثال ٣ من واقع الحياة

## تمثيل دوال النمو الأسي بيانيًّا

**تعداد سكاني:** بلغ المعدل السنوي للنمو السكاني في المملكة خلال الفترة 1431-1425 3.2% سنويًّا تقريبًا. إذا كان عدد سكان المملكة 22678262 نسمة عام 1425هـ ، فأوجد معادلة أسية تمثِّل النمو السكاني للمملكة خلال هذه الفترة، ثم مثِّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.



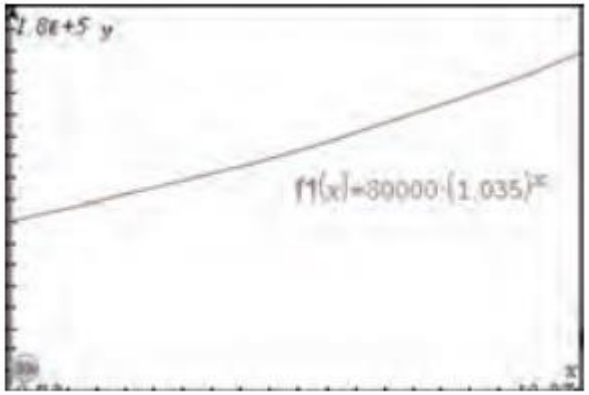

**a)** أوجد دالة النمو الأسي مستعملًا $a = 22678262, r = 0.032$

$$y = 22678262\ (1.032)^t$$

**b)** مثّل الدالة بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية TI—nspire لتحصل على الشكل المجاور.

## تحقق من فهمك

**3) ثقافة مالية:** يتوقع أن يزداد إنفاق عائلة بما نسبته 8.5% سنويًّا، إذا كان إنفاق العائلة عام 1430هـ هو 80000 ريال، فأوجد معادلة أسية تمثِّل إنفاق العائلة منذ عام 1430 هـ، ثم مثِّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.




نجد دالة النمو الأسي

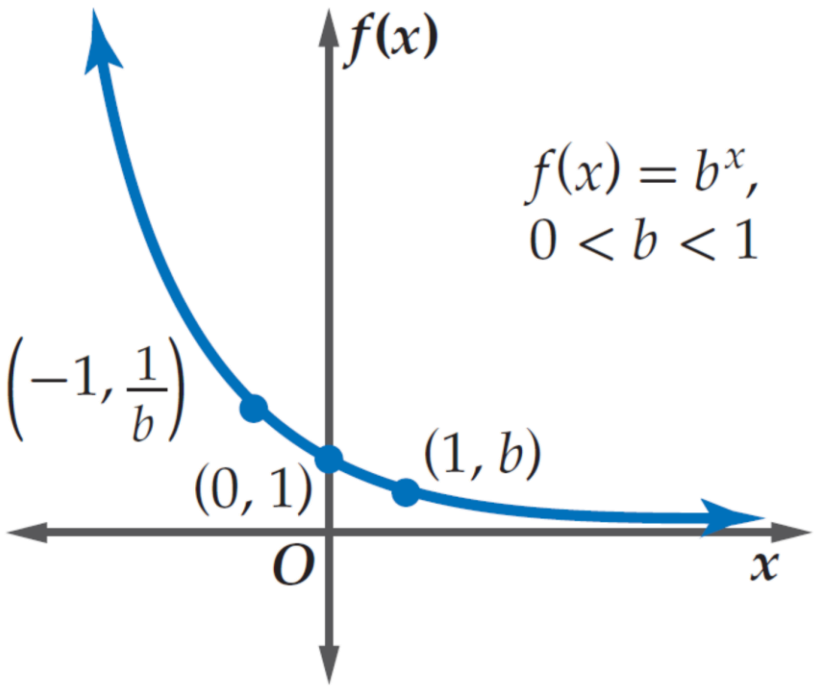
$a = 80000$ ، $r = 0.035$

$y = 80000\ (1.03\ 5)^t$

**الاضمحلال الأسي :** تُسمى الدالة الأسيّة $f(x) = b^x$، حيث $0 < b < 1$ دالة **الاضمحلال الأسّي**.

**مفهوم أساسي**

# الدالة الرئيسة (الأم) لدوال الاضمحلال الأسي




**الدالة الرئيسة ( الأم ) :** $f(x) = b^x, 0 < b < 1$

**خصائص منحنى الدالة :** متصل ، متباين ، متناقص

**المجال :** مجموعة الأعداد الحقيقية ( R )

**المدى :** مجموعة الأعداد الحقيقية ( R+ )

**خط التقارب :** المحور x

**مقطع المحور y :** 1

يمكنك تمثيل دوال الاضمحلال الأسي بيانيًّا بنفس طريقة تمثيل دوال النمو الأسي، ونلاحظ أن قيم f(x) تقل كلما زادت قيم x، ولذلك نقول: إن f(x) دالة متناقصة.

وكما في النمو الأسي، فإنه يمكنك تمثيل النقص في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية باستعمال دالة الاضمحلال الأسي $A(t) = a(1 - r)^t$، حيث $a$ القيمة الابتدائية، $r$ النسبة المئوية للاضمحلال في الفترة الزمنية الواحدة. لاحظ أن أساس العبارة الأسية هو $(1 - r)$، ويُسمى **عامل الاضمحلال**.

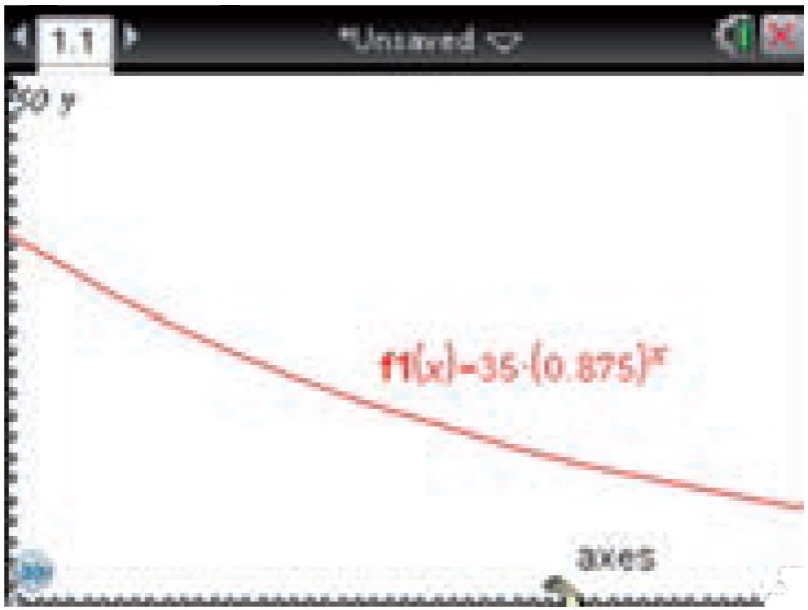
وتستعمل دوال الاضمحلال الأسي عادة في التطبيقات المالية.

# تمثيل دوال الاضمحلال الأسي بيانياً

**مثال 5 من واقع الحياة**

**شاي :** يحتوي كوب من الشاي الأخضر على 35 mg من الكافايين، ويمكن للأشخاص اليافعين التخلص من 12.5% تقريبًا من كمية الكافيين من أجسامهم في الساعة.

**a)** أوجد دالة أسّية تمثّل كمية الكافايين المتبقية في جسم اليافعين بعد شرب كوب من الشاي الأخضر، ثم مثّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.




$$y = a(1-r)^t$$

$$= 35(1-0.125)^t$$

$$= 35(0.875)^t$$

لاحظ التمثيل البياني للدالة باستعمال الحاسبة البيانية.

b) قدّر كمية الكافايين المتبقية في جسم شخص يافع بعد ٣ ساعات من شربه كوبًا من الشاي الأخضر.

$$= 35(0.875)^t$$ المعادلة من الفرع a

$$= 35(0.875)^3$$ بتعويض 3 بدلاً من الزمن t

$$\approx 23.45$$ باستعمال الحاسبة

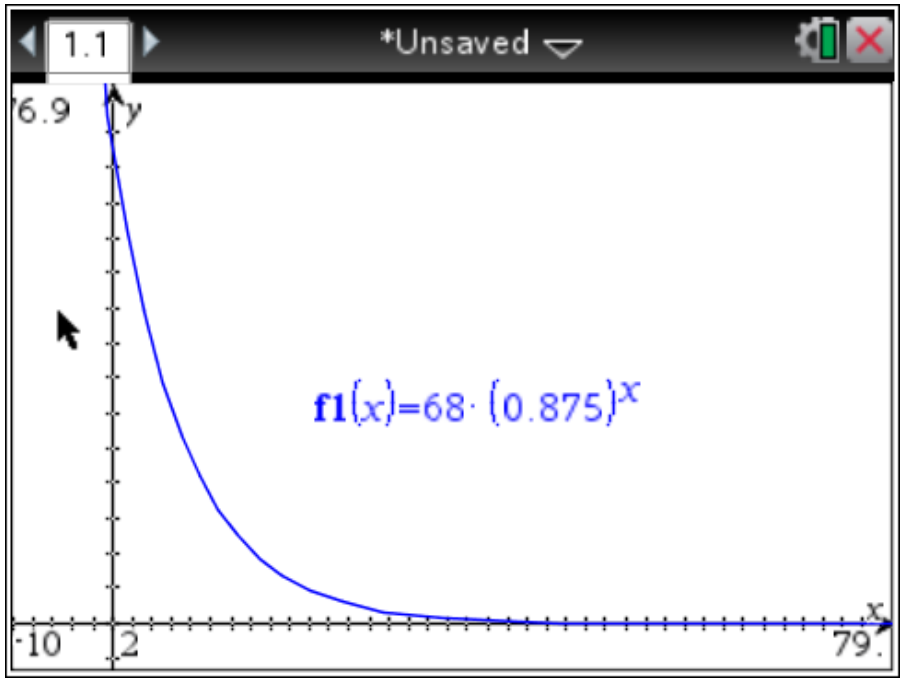
سيبقى في جسم هذا الشخص 23.45mg من الكافايين تقريبًا بعد 3 ساعات .

## تحقق من فهمك

٤) يحتوي كوب من الشاي الأسود على 68mg من الكافايين، أوجد معادلة أسية تمثل كمية الكافايين المتبقية في جسم شخص يافع بعد شربه كوبًا من الشاي الأسود، ومثلها بيانيًّا مستعملاً الحاسبة البيانية، ثم قدّر كمية الكافايين المتبقية في جسمه بعد ساعتين من شربه الكوب.

$$52.06\ mg\ , y = 68(0.875)^x$$

للتمثيل البياني



## التحويلات الهندسية :

تؤثِّر التحويلات الهندسية في شكل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) لكلٍّ من دالتي النمو الأسي والاضمحلال الأسي كما هو الحال في باقي الدوال.

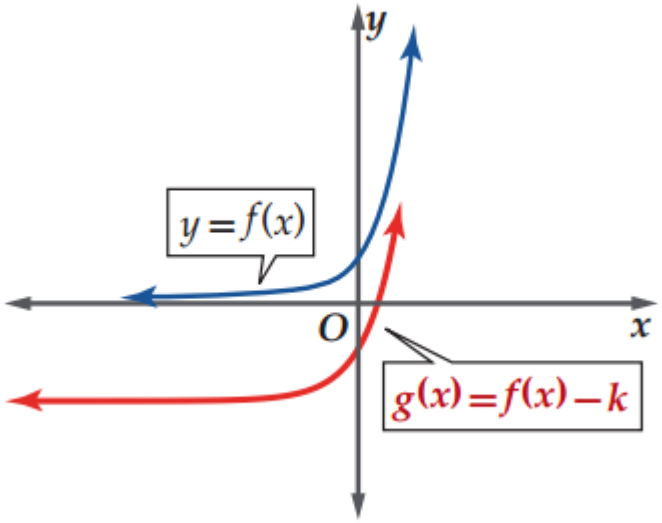
**مفهوم أساسي**

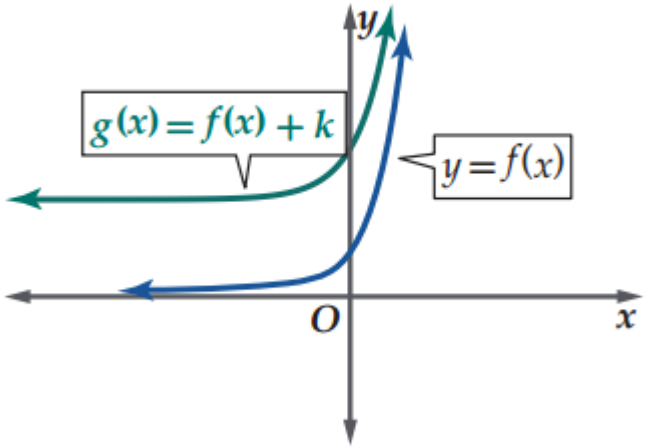
## الانسحاب الرأسي والانسحاب الأفقي

### الانسحاب الرأسي

منحنى $g(x) = f(x) + k$ هو انسحاب لمنحنى $f(x)$:

- $k$ وحدة إلى أعلى عندما $k > 0$ .
- $|k|$ من الوحدات إلى أسفل عندما $k < 0$ .

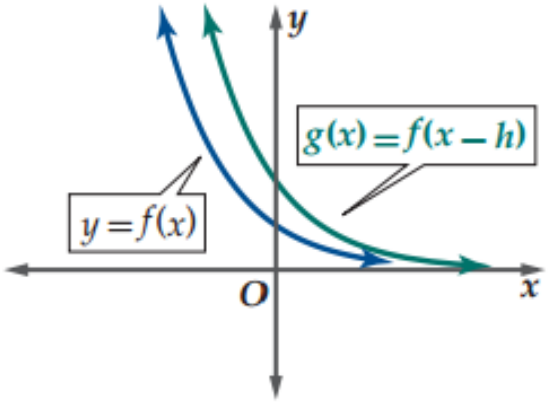


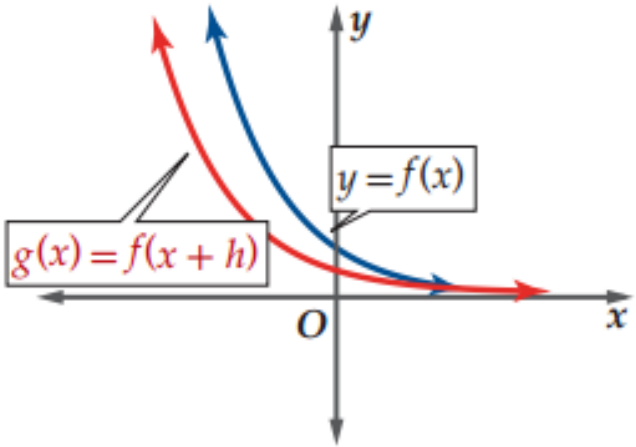



## الانسحاب الأفقي

منحنى $g(x) = f(x - h)$ هو انسحاب لمنحنى $f(x)$:

- $h$ من الوحدات إلى اليمين عندما $h > 0$ .
- $|h|$ من الوحدات إلى اليسار عندما $h < 0$ .

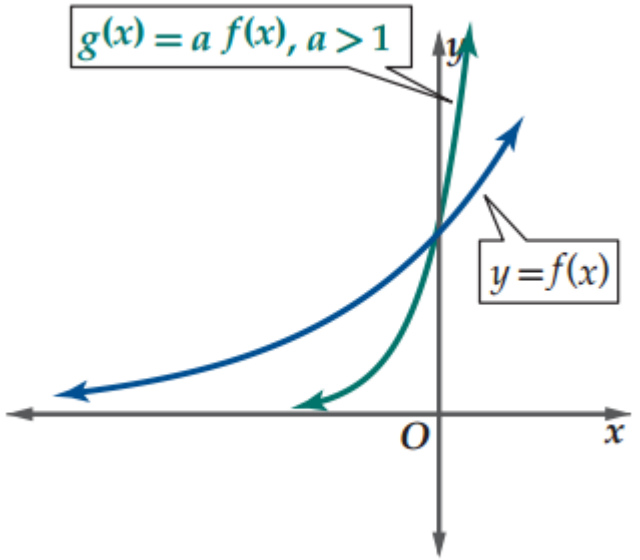


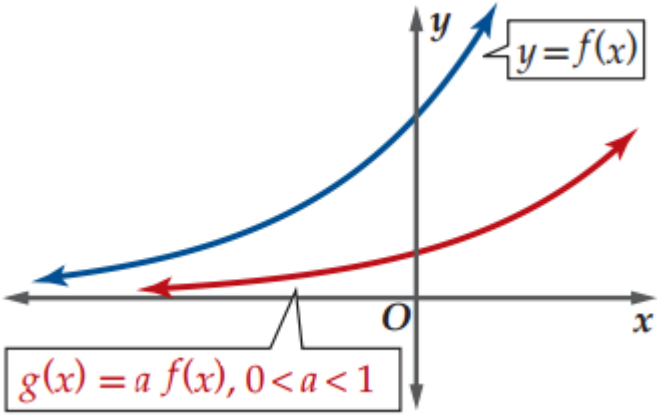
# مفهوم أساسي

إذا كان $a$ عددًا حقيقيًّا موجبًا، فإن منحنى الدالة $g(x) = a\,f(x)$ هو:

توسع رأسي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $a > 1$ .




تضيق رأسي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $0 < a < 1$



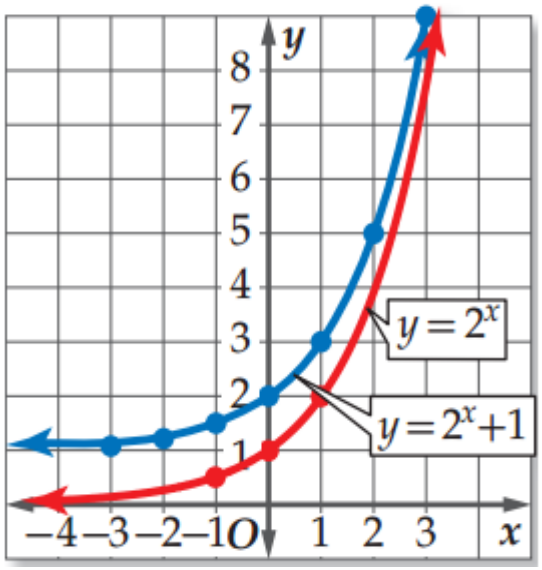
## مـثال 5

## تحويلات التمثيلات البيانية لدوال النمو الأسي

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها، ومداها:

**a)** $y = 2^x + 1$

حدِّد نقاط التمثيل البياني للدالة الأم $y = 2^x$. بما أن $2 > 1$ فالدالة دالة نمو أسي، لذا استعمل النقاط $(1, b)$، $(0, 1)$، $\left(-1, \frac{1}{b}\right)$ أي النقاط $(1, 2)$، $(0, 1)$، $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$، والتمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 2^x$، بما أن $k = 1$ فإن المعادلة $y = 2^x + 1$ تمثِّل انسحابًا لمنحنى الدالة الرئيسة (الأم) $y = 2^x$ وحدة واحدة إلى أعلى. وبالاستعانة بالأزواج المرتبة الواردة في الجدول أيضًا، فإن التمثيل البياني للدالة $y = 2^x + 1$ يكون كما هو موضح أدناه.

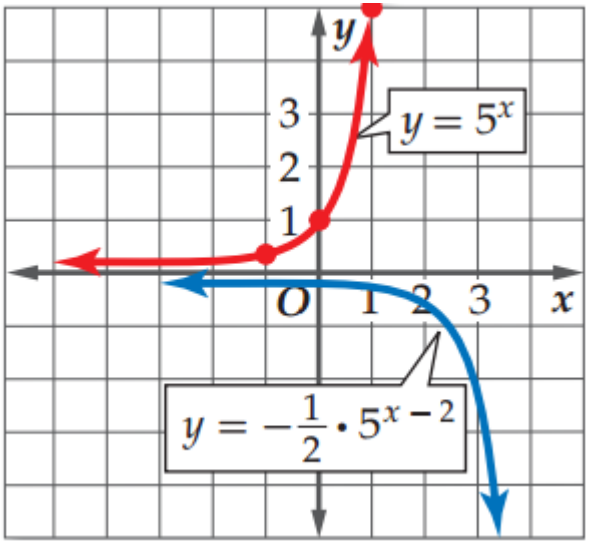



| $x$ | $2^x + 1$ | $y$ |
|---|---|---|
| $-3$ | $2^{-3} + 1$ | $1\frac{1}{8}$ |
| $-2$ | $2^{-2} + 1$ | $1\frac{1}{4}$ |
| $-1$ | $2^{-1} + 1$ | $1\frac{1}{2}$ |
| $0$ | $2^0 + 1$ | $2$ |
| $1$ | $2^1 + 1$ | $3$ |
| $2$ | $2^2 + 1$ | $5$ |

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية $(R)$، والمدى هو $\{y \mid y > 1\}$

**b)** $y = -\frac{1}{2} \cdot 5^{x-2}$

حدِّد نقاط التمثيل البياني للدالة الأم $y = 5^x$. بما أن $5 > 1$ فالدالة دالة نمو أسي، لذا استعمل النقاط $(1,b)$، $(0,1)$، $\left(-1, \frac{1}{b}\right)$ أي النقاط $(1,5)$، $(0,1)$، $\left(-1, \frac{1}{5}\right)$ والتمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 5^x$

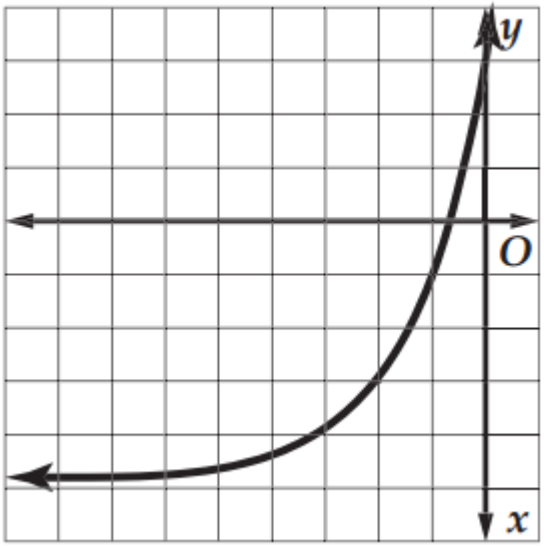



- $a = -\frac{1}{2}$: ينعكس التمثيل البياني حول المحور $x$ ويضيق رأسيًّا.
- $h = 2$: يسحب التمثيل البياني وحدتين إلى اليمين.
- $k = 0$: لا يوجد انسحاب رأسي للتمثيل البياني.

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية $(R)$، والمدى هو $\{y \mid y < 0\}$

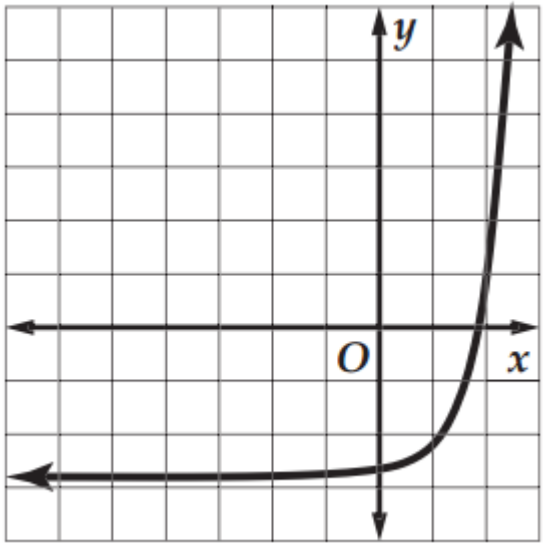
## تحقق من فهمك

**(5A** $y = 2^{x+3} - 5$




المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،
المدى = $\{y \mid y > -5\}$

**(5B** $y = 0.1(6)^x - 3$



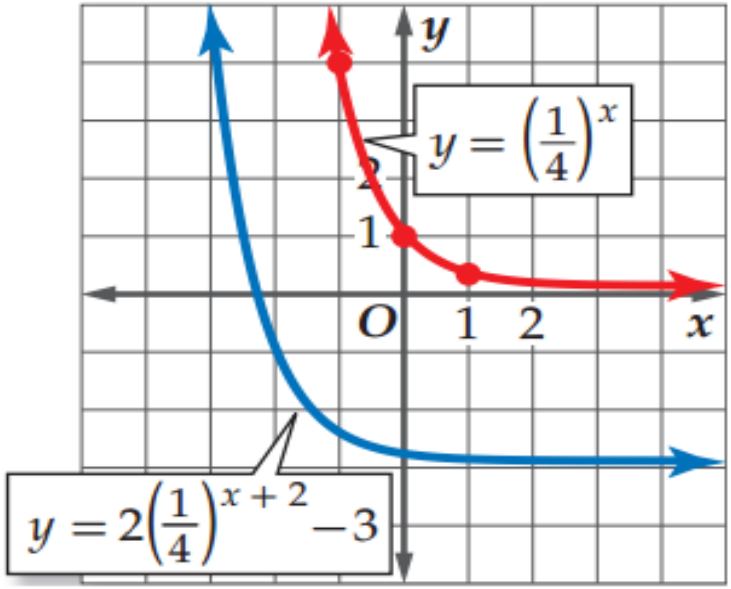

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،
المدى = $\{y \mid y > -3\}$

## مثال 6

## تمثيل تحويلات دوال الاضمحلال الأسي بيانيًا

مثّل الدالة $y = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 3$ بيانيًّا، وحدّد مجالها ومداها.

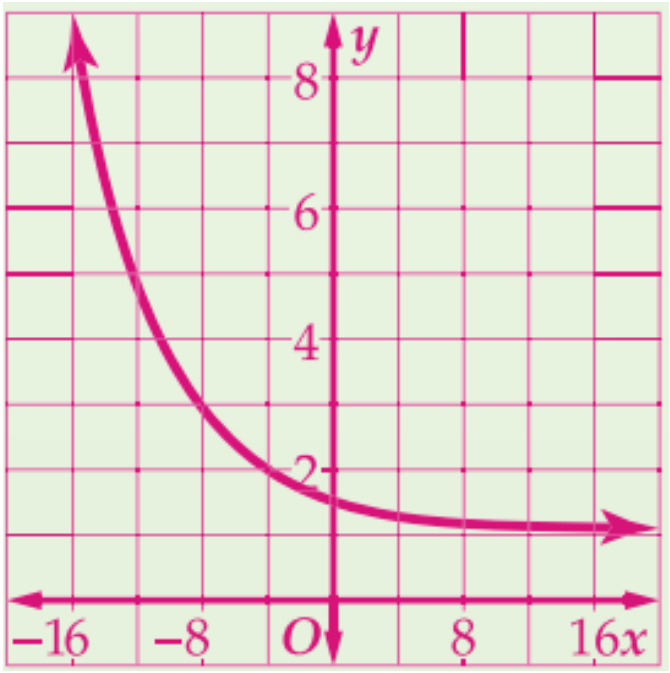
حدِّد نقاط التمثيل البياني للدالة الأم $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ . بما أن $0 < \frac{1}{4} < 1$ ؛ فالدالة دالة اضمحلال أسي، لذا والتمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ .




- $a = 2$ : يتسع التمثيل البياني رأسيًّا.
- $h = -2$ : يسحب التمثيل البياني وحدتين إلى اليسار.
- $k = -3$ : يسحب التمثيل البياني 3 وحدات إلى أسفل.

## تحقق من فهمك

**6)** $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$




المجال = $\{x \mid x \in R\}$

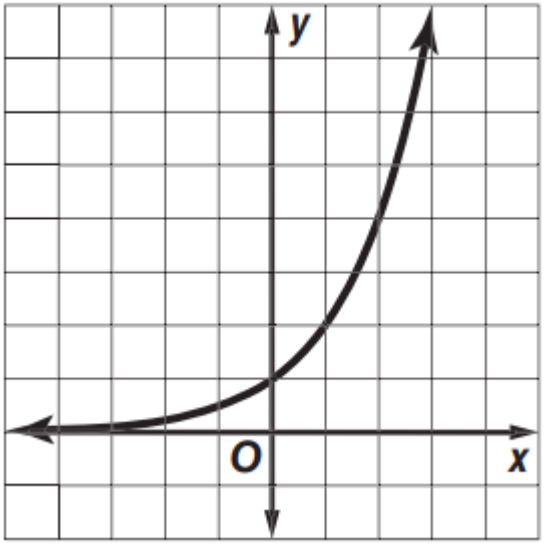
المدى = $\{y \mid y > 1\}$

المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من **3**− .

# تدرب وحل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور $y$، وحدّد مجالها ومداها، ثم استعمل تمثيلها البياني؛ لتقدير قيمة المقدار العددي المعطى إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.: (مثال 1)

**1)** $y = 2^x$ ، $2^{1.5}$



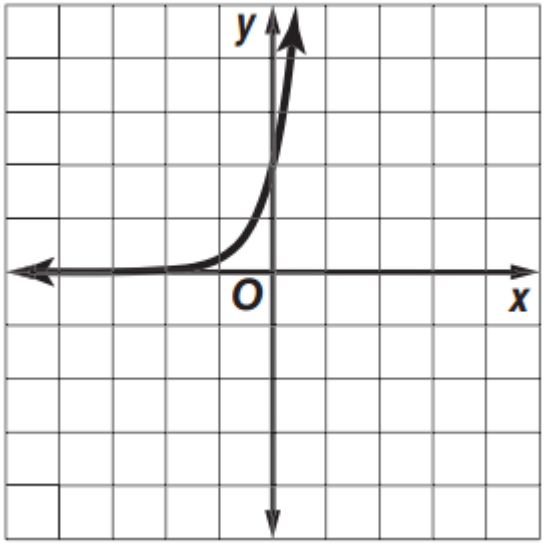

1؛ المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y > 0\}$

$2^{1.5} \approx 2.8$

## تدرب وحل المسائل

**2)** $y = 2(8)^x$ ، $2(8)^{-0.5}$




2؛ المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

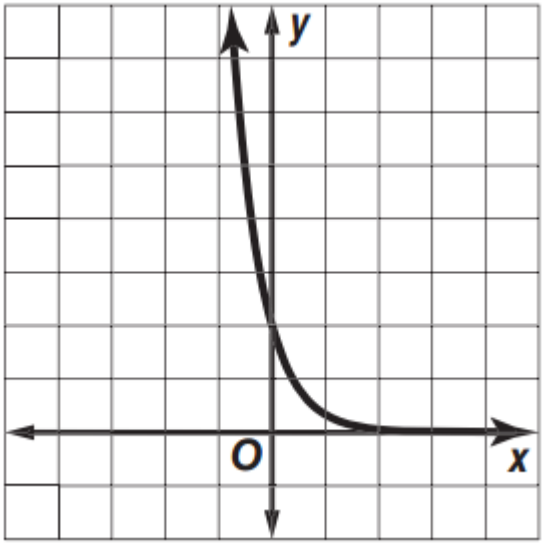
المدى = $\{y \mid y > 0\}$

$2(8)^{-0.5} \approx 0.7$

## تدرب وحل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور y، وحدّد مجالها ومداها، ثم استعمل تمثيلها البياني؛ لتقدير قيمة المقدار العددي المعطى إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.: (مثال 2)

**3)** $y = 2\left(\frac{1}{6}\right)^x$ ، $2\left(\frac{1}{6}\right)^{1.5}$



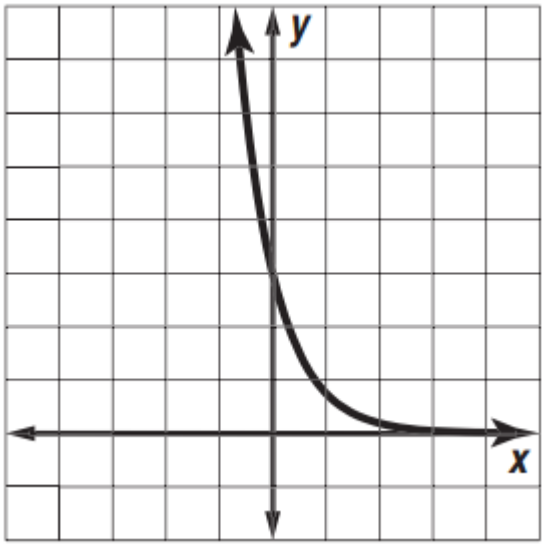

2؛ المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y > 0\}$

$2\left(\frac{1}{6}\right)^{1.5} \approx 0.1$

# تدرب وحل المسائل

4) $y = 3\left(\frac{1}{4}\right)^x$، $3\left(\frac{1}{4}\right)^{0.5}$




3؛ المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

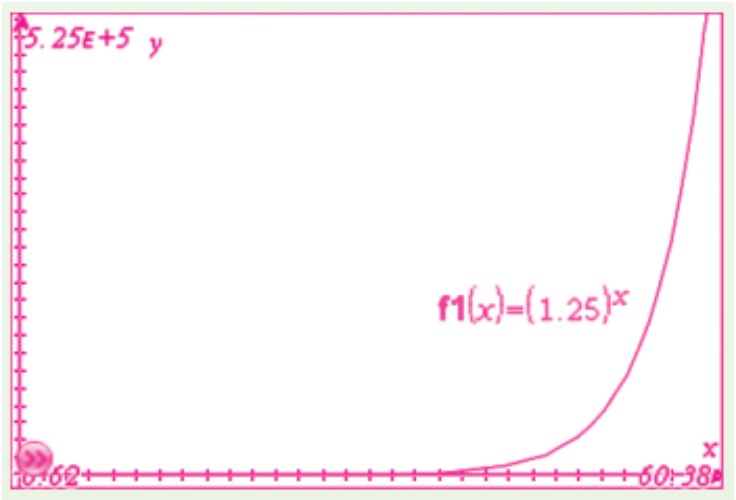
المدى = $\{y \mid y > 0\}$

$$3\left(\frac{1}{4}\right)^{0.5} = 1.5$$

## تدرب وحل المسائل

5) **حاسوب:** يزداد انتشار فيروس في شبكة حاسوبية بمعدل 25% كل دقيقة. إذا دخل الفيروس إلى جهاز واحد عند البداية، فأوجد دالة أسية تمثل النمو في انتشار الفيروس منذ البداية، ثم مثلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانيّة. **(مثال 3)**

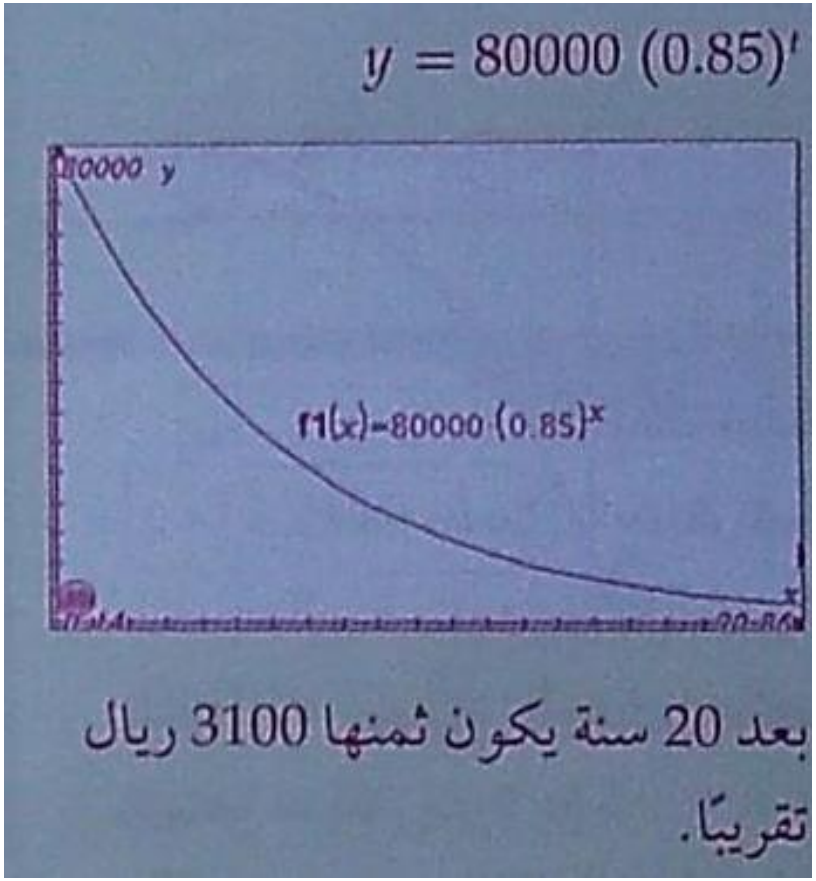
$$y = (1.25)^t$$




بعد الساعة الأولى يكون الفيروس انتشر في 652530 حاسوبًا تقريبًا

# تدرب وحل المسائل

6) **سيارات:** سيارة كان سعرها 80000 ريال، ثم بدأ يتناقص بمعدل 15% كل سنة. أوجد دالة أسية تمثل سعر السيارة بعد $t$ سنة من شرائها، ثم مثِّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية. ثم قدِّر سعر السيارة بعد 20 سنة من شرائها. **(مثال 4)**

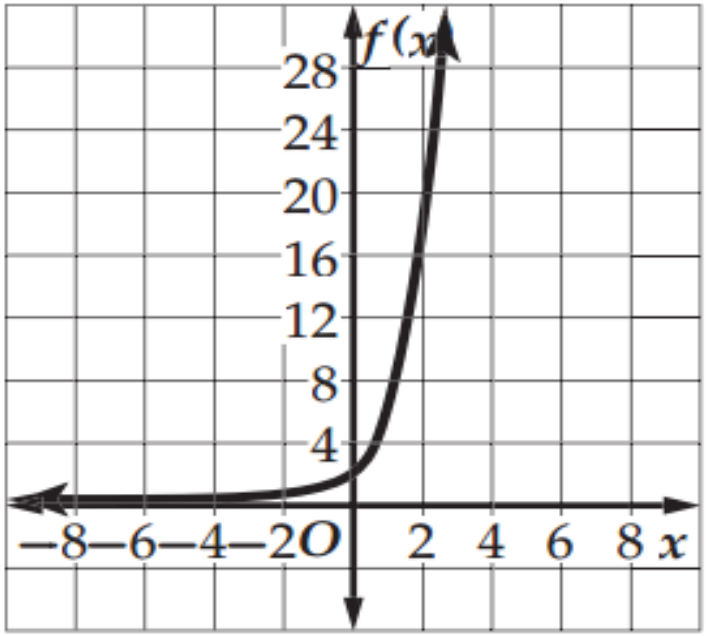



بعد 20 سنة يكون ثمنها 3100 ريال تقريبًا.

## تدرب وحل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وحدّد مجالها، ومداها: (مثال 5)

**7)** $f(x) = 2(3)^x$

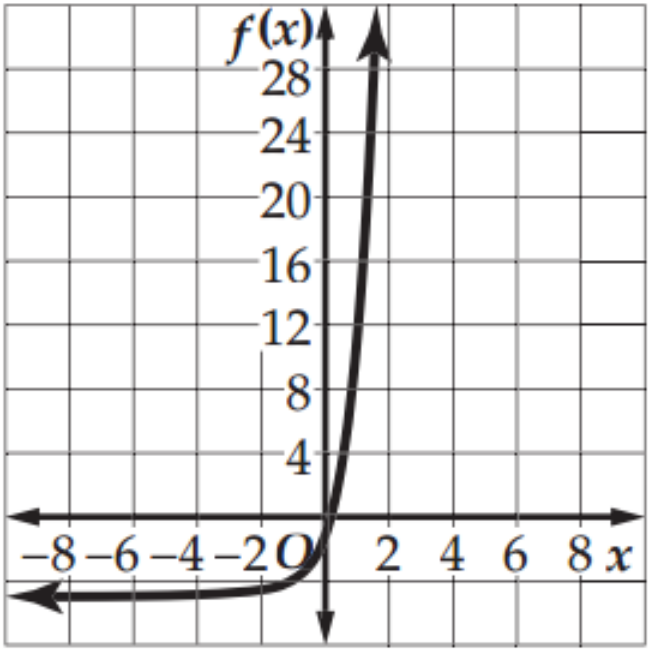



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 0\}$

## تدرب وحل المسائل

**8)** $f(x) = 4^{x+1} - 5$

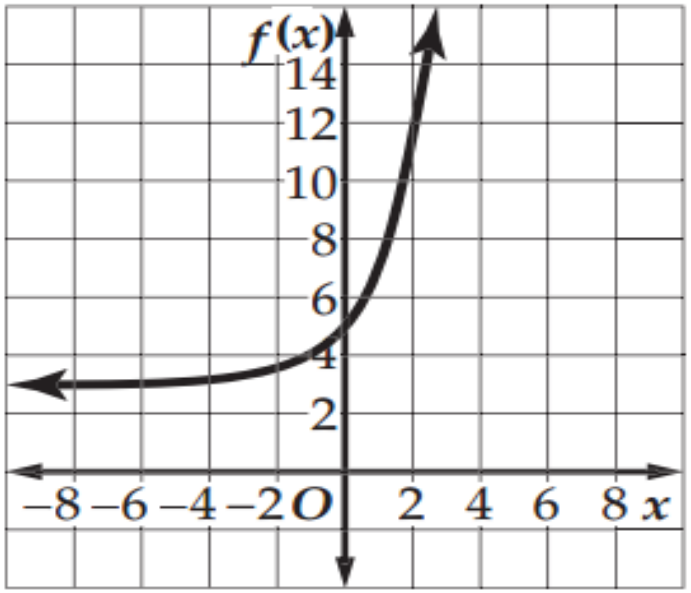



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > -5\}$

## تدرب وحل المسائل

**9)** $f(x) = 2^{x+1} + 3$

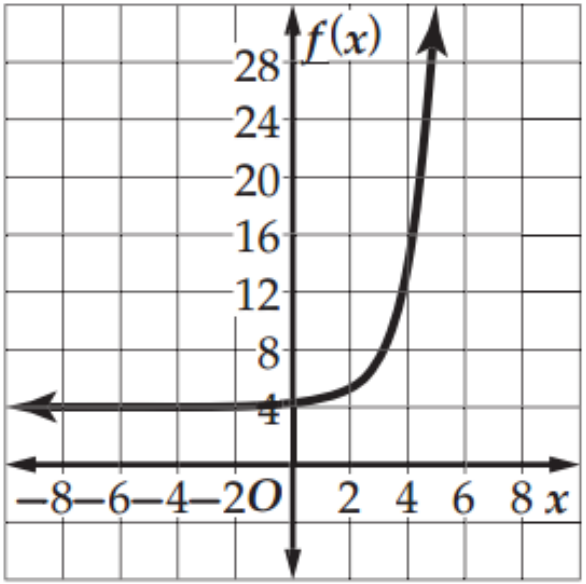



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 3\}$

## تدرب وحل المسائل

**10** $f(x) = 3^{x-2} + 4$

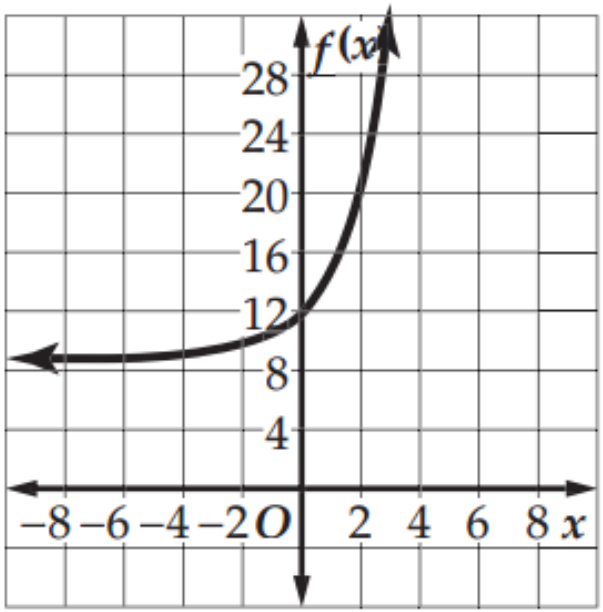



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 4\}$

## تدرب وحل المسائل

**11** $f(x) = 3(2)^x + 8$

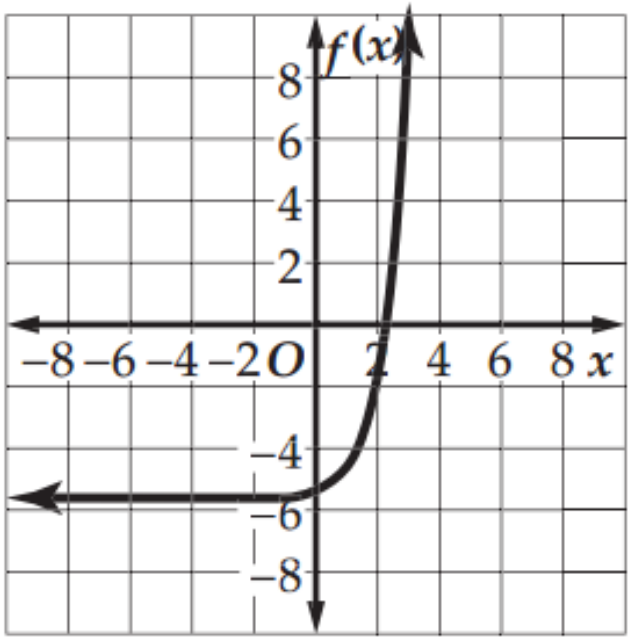



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 8\}$

## تدرب وحل المسائل

**12** $f(x) = 0.25(4)^x - 6$



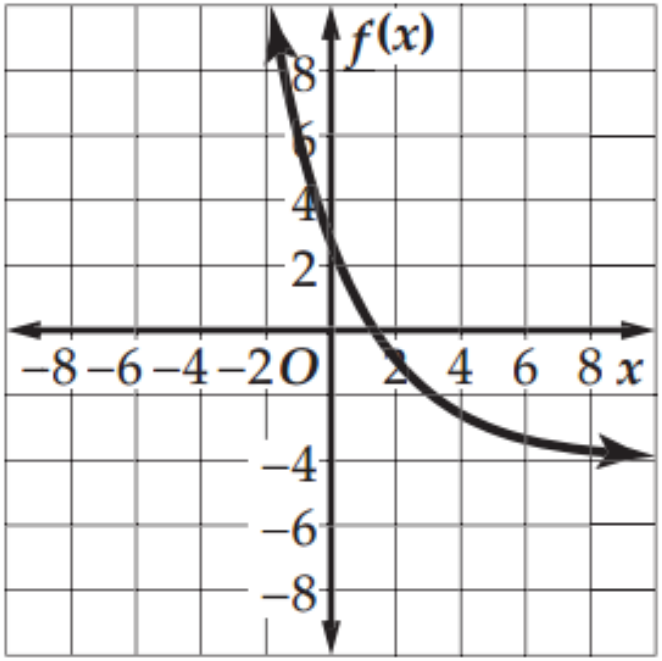

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > -6\}$

## تدرب وحل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وحدد مجالها، ومداها: (مثال 6)

**13)** $f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$

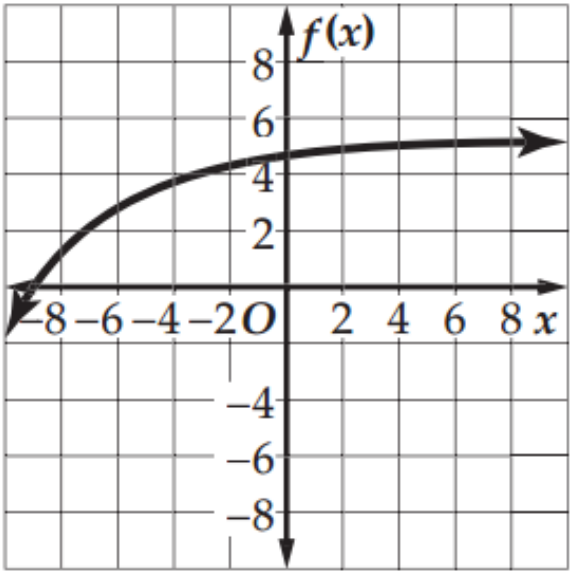



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > -4\}$

## تدرب وحل المسائل

**(14** $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$

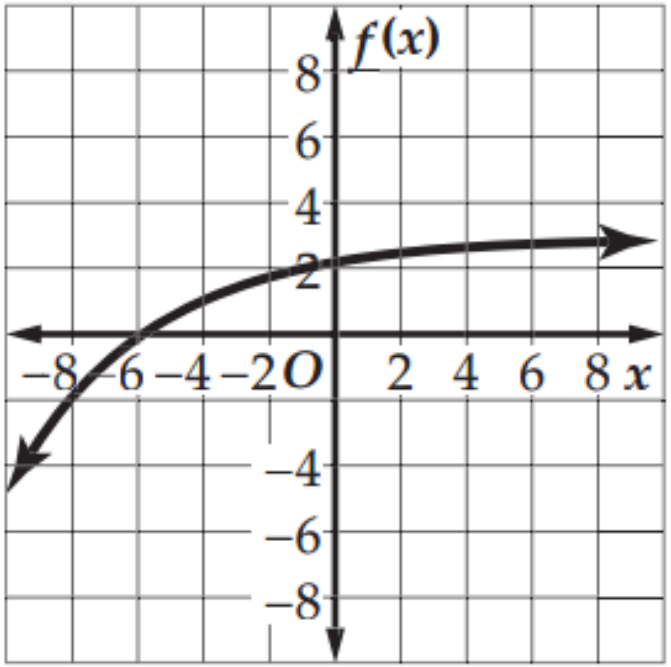



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 5\}$

## تدرب وحل المسائل

**15)** $f(x) = -\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^{x-4} + 3$

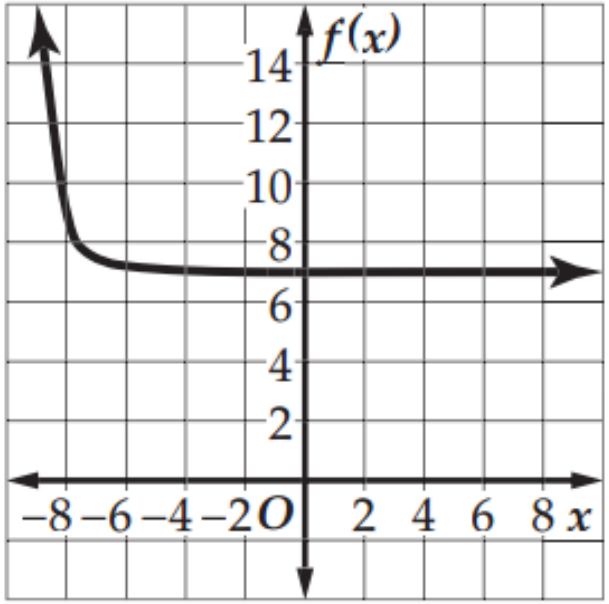



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 3\}$

## تدرب وحل المسائل

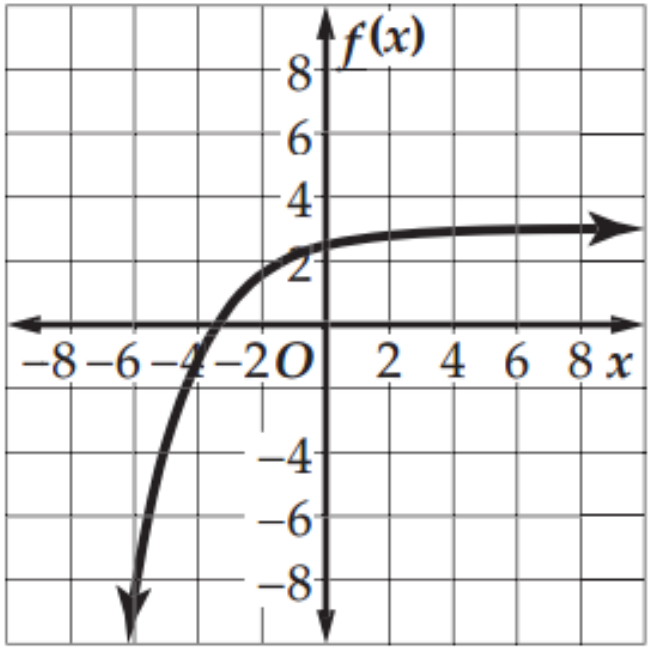
**16** $f(x) = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{x+6} + 7$




المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) > 7\}$

**17** $f(x) = -4\left(\frac{3}{5}\right)^{x+4} + 3$

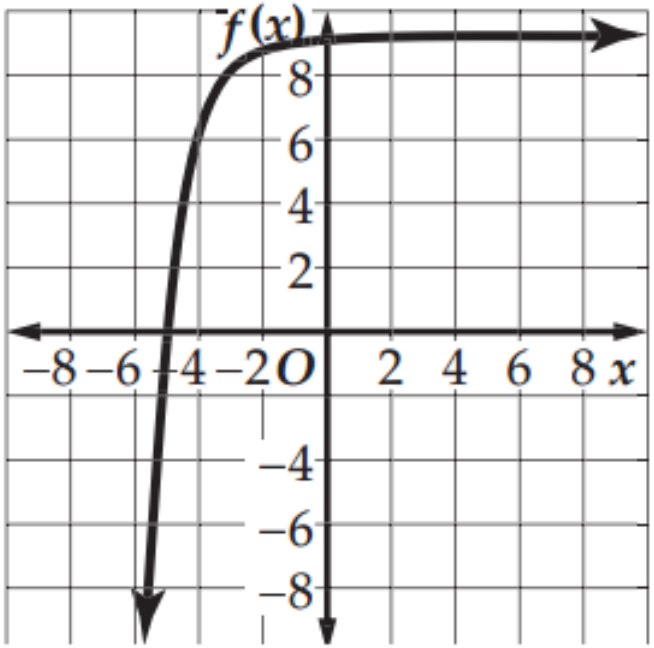



المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 3\}$

## تدرب وحل المسائل

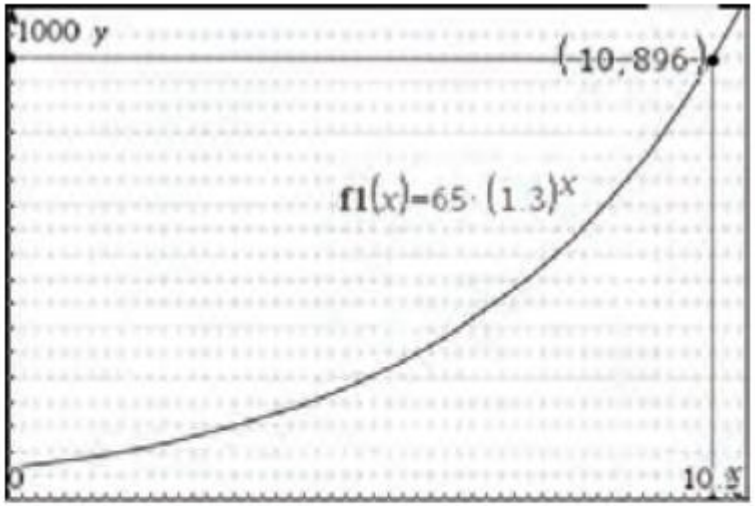
**(18** $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{8}\right)^{x+2} + 9$




المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)،

المدى = $\{f(x) \mid f(x) < 9\}$

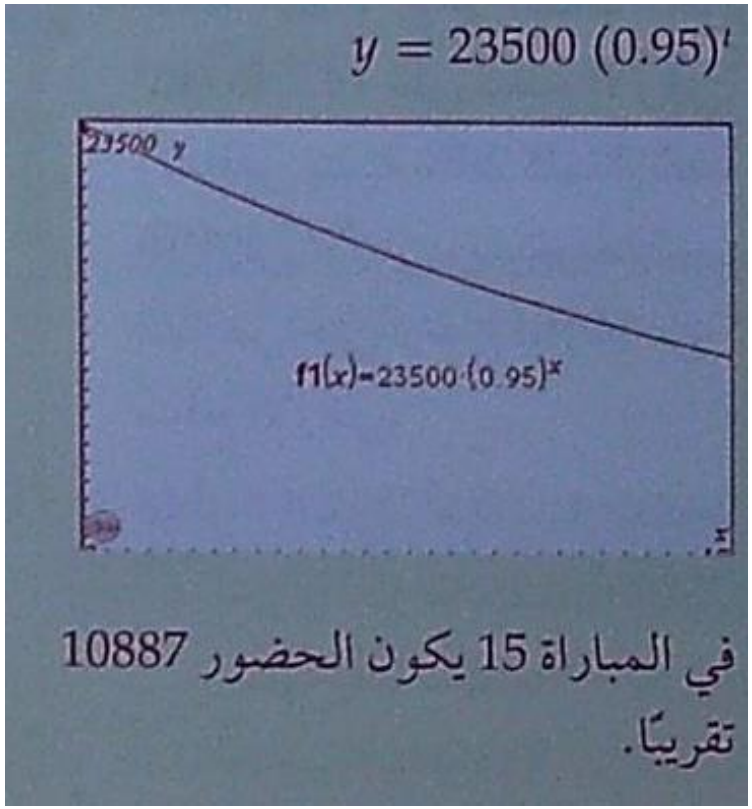
**19) علوم:** يتكاثر نحل في خلية، فيزداد العدد بمعدل 30% كل أسبوع. إذا كان عدد النحل في البداية 65 نحلة، فأوجد دالة أسية تمثل عدد النحل بعد $t$ أسبوع، ومثلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم قدّر عدد النحل بعد 10 أسابيع.




$$y = 65(1.3)^t$$

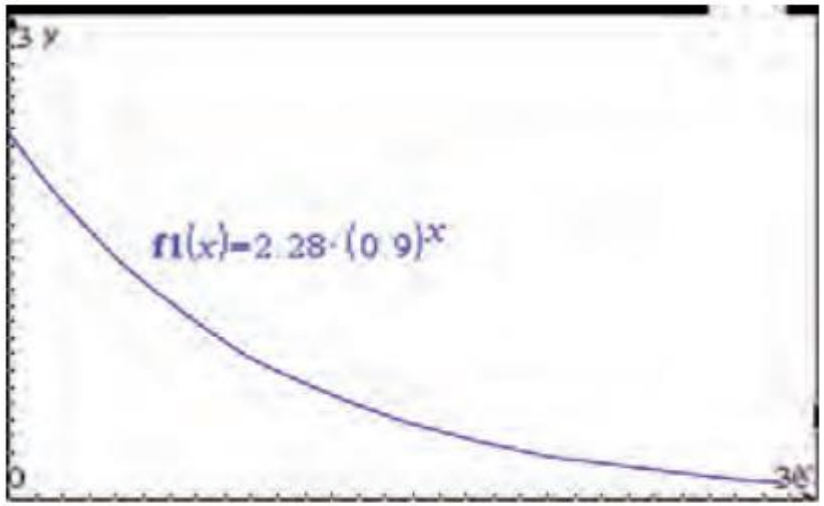
$$y \approx 896$$

20) **كرة قدم:** تناقص عدد الحضور لمباريات فريق كرة قدم بمعدل 5% لكل مباراة بعد خسارته في أحد المواسم. أوجد دالة أسية تمثل عدد الحضور $(y)$ في المباراة $(t)$، إذا كان عددهم في المباراة الأولى 23500، ومثلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية، ثم قدّر عدد الحضور في المباراة 15 .



21) **هواتف:** تناقص عدد الهواتف العمومية في الآونة الأخيرة نتيجة انتشار الهواتف المحمولة. فإذا كان عدد الهواتف العمومية بالآلاف في إحدى المدن يعطى بالدالة $P(x) = 2.28(0.9)^x$ في السنة $x$ منذ عام 1420 هـ.

a) مثل الدالة بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.

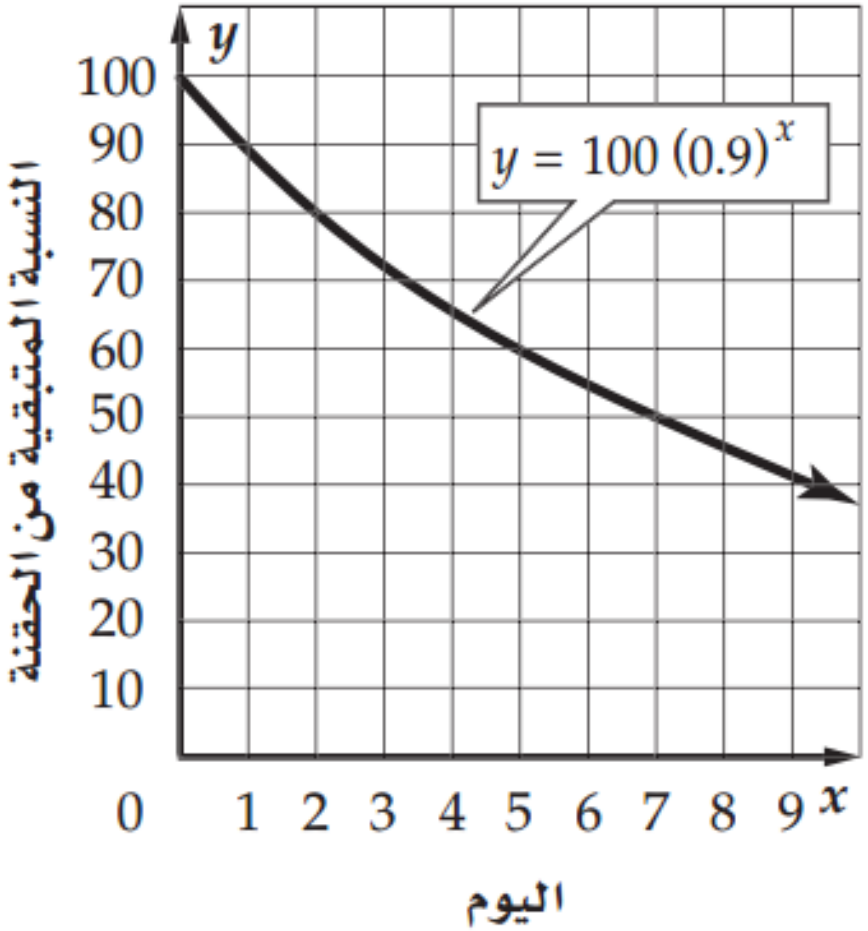



b) وضّح ماذا يمثل مقطع $P(x)$ وخط التقارب في هذه الحالة.

يمثل المقطع $P(x)$ عدد الهواتف العمومية في العام $x$ منذ عام 1420 هـ، وخط التقارب هو المحور $x$، وسيتناقص عدد الهواتف العمومية ليقترب من 0 ولن يصل إليه، وذلك منطقي؛ لأنه ستكون هنالك حاجة دائمًا للهواتف العمومية.

**22) صحة :** أخذ مريض حقنة، وفي كل يوم تلى ذلك، استهلك جسمه 10% مما تبقى من المادة المحقونة.

**a)** مثّل الدالة التي تعبّر عن هذا الموقف بيانيًّا.



b) متى يكون في جسم المريض أقل من 50% من المادة المحقونة؟

بعد اليوم السادس

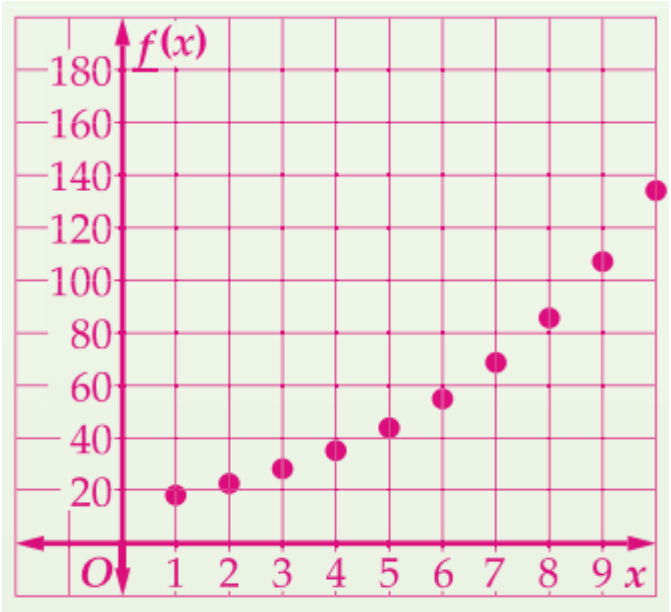
c) كم يبقى من المادة المحقونة في الجسم بعد 9 أيام؟

أقل من 40% بقليل

23) **نظرية الأعداد:** تتبع متتابعة عددية نمطًا معينًا، حيث يساوي كل حد فيها 125% من الحد السابق له، فإذا كان الحد الأول يساوي 18 فأجب عما يأتي:

a) اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف. $f(x) = 18(1.25)^{x-1}$

b) مثّل الدالة لأول 10 حدود بيانيًّا.

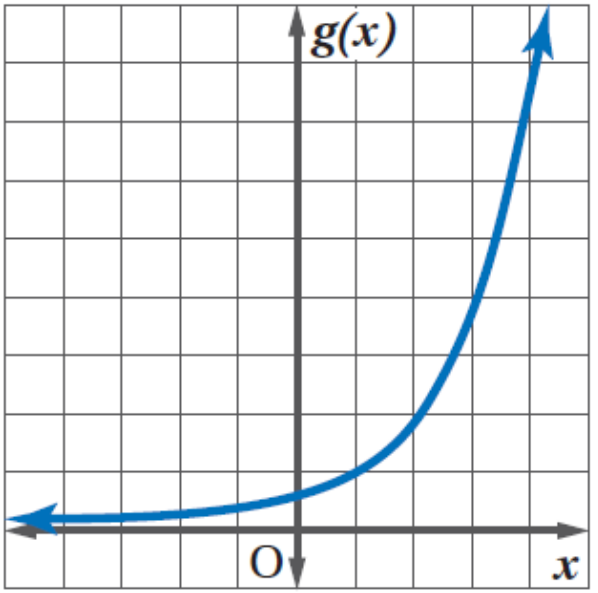



c) ما قيمة الحد العاشر؟ قرّب الناتج إلى أقرب عدد صحيح. **134**

إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الرئيسة (الأم) لكل دالة ممثلة بيانيًّا أدناه، والتمثيل البياني لـ $g(x)$ هو تحويل للتمثيل البياني لـ $f(x)$ ، فأوجد الدالة $g(x)$ :

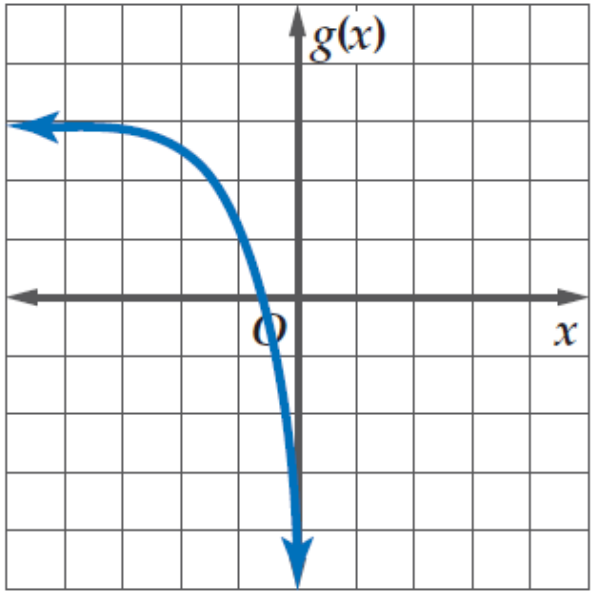
**24)** $f(x) = 2^x$

$$g(x) = 4\,(2)^{x-3} = \frac{1}{2}\,(2)^x$$



$f(x) = 4^x$ **(25**

$$g(x) = 4\,(2)^{x-3} = \frac{1}{2}\,(2)^x$$



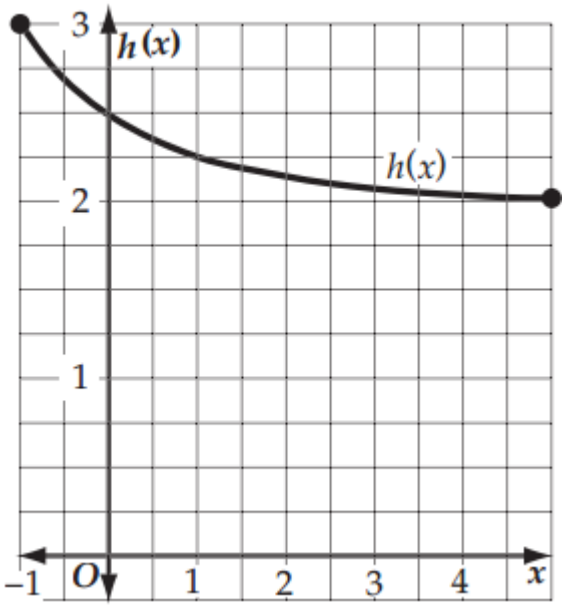
(26 **تمثيلات متعددة:** ستستعمل لحل هذا التمرين جداول القيم أدناه للدوال الأسية $f(x), g(x), h(x)$.

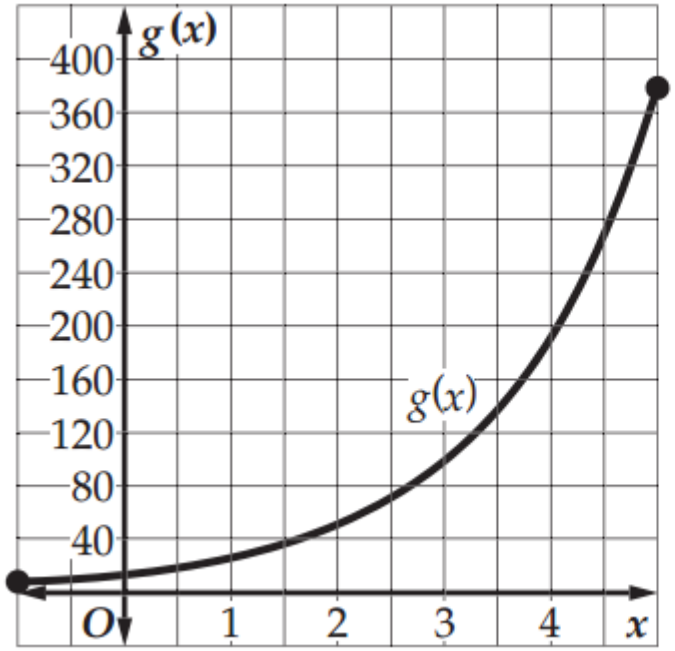
| $x$ | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2.5 | 2 | 1 | −1 | −5 | −13 | −29 |

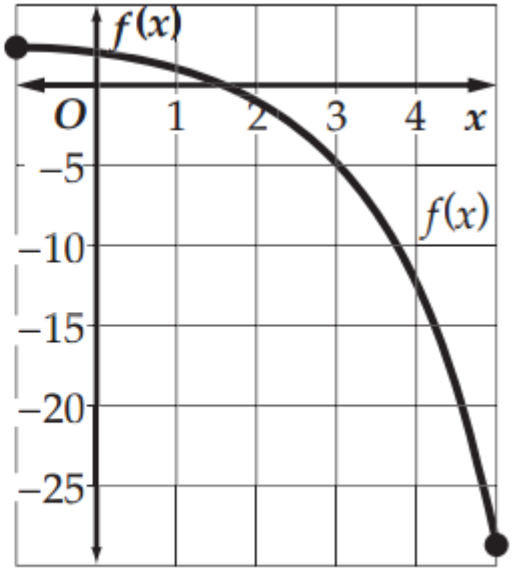
| $x$ | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 11 | 23 | 47 | 95 | 191 | 383 |

| $x$ | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 3 | 2.5 | 2.25 | 2.125 | 2.0625 | 2.0313 | 2.0156 |

a) **بيانيًا:** مثّل كل دالة بيانيًّا في الفترة $-1 \leq x \leq 5$ على ورقة تمثيل بياني مستقلة.



b) **لفظيًا :** أي الدوال معاملها $(a)$ سالب؟ وضِّح إجابتك .

إجابة ممكنة : $f(x)$؛ تمثيل الدالة $f(x)$ البياني هو انعكاس حول محور يوازي المحور $x$.

c) **تحليليًا :** أي الدوال تمثل إزاحة للدالة الرئيسة (الأم) إلى اليسار؟

$h(x)$

d) **تحليليًا :** أي الدوال تمثل نموًا أسيًّا؟ وأيها تمثل اضمحلالًا أسيًّا؟

إجابة ممكنة : $f(x)$ و $g(x)$ دالتا نمو أسي، على حين أن $h(x)$ دالة اضمحلال أسي؛ القيم المطلقة للمخرجات متزايدة لدوال النمو الأسي ومتناقصة لدوال الاضمحلال.

27) **مدارس:** يزداد عدد خريجي إحدى المدارس بمعدل 1.055 كل عام منذ عام 1424هـ . إذا كان عدد الخريجين عام 1424هـ 110 طلاب، فإن الدالة $N = 110\ (1.055)^t$ تمثل عدد الخريجين في العام $t$ بعد العام 1424هـ . ما عدد الخريجين المتوقع في عام 1335هـ ؟

**198 طالبًا تقريبًا**