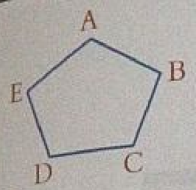
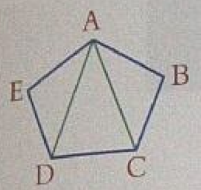
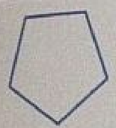
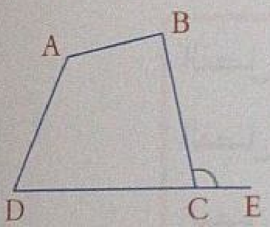
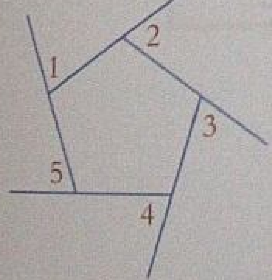
الفصل الخامس: الأشكال الرباعية

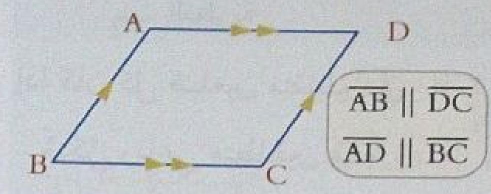
أساسيات عن المضلع

المقصود به	مجموعة قطع مستقيمة متقاطعة في نهايتها بحيث تُكَوِّن شكلاً مغلقاً	
مثال على المضلع	الشكل ABCDE يسمى مضلعاً خماسياً	
قطر المضلع	{ قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين }	
مثال على القطر	في الشكل المجاور $\overline{AC}$ و $\overline{AD}$ قطران للمضلع الخماسي ABCDE	
نظرية مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية	إذا كان n عدد أضلاع مضلع محدب و S مجموع قياسات زواياه الداخلية فإن .. $\boxed{S = 180^\circ \times (n-2)}$	
مثال توضيحي	في الشكل المجاور n = 5 ؛ ومنه فإن .. $S = 180^\circ \times (n-2) = 180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$	
فائدة	قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم $= \dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ حيث n عدد أضلاع المضلع.	

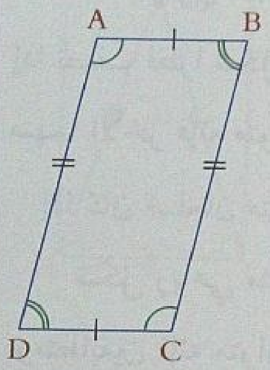
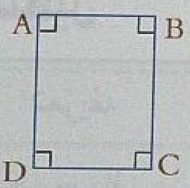
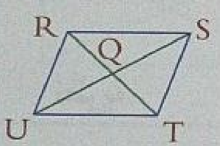
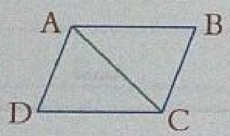
الزوايا الخارجية للمضلع

الزاوية الخارجية للمضلع	{ زاوية مكونة من أحد أضلاع المضلع وامتداد ضلع آخر }	
مثال توضيحي	في الشكل المجاور .. $\angle BCE$ تسمى زاوية خارجية للمضلع ABCD	
نظرية مجموع قياسات زوايا المضلع الخارجية	إذا كان المضلع محدباً فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجية ـ زاوية واحدة عند كل رأس ـ يساوي 360°	
مثال توضيحي	في الشكل المجاور .. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360^\circ$	
تنبيه	الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية لأي مضلع زاويتان متجاورتان على مستقيم	

متوازي الأضلاع

تعريفه	{ شكل رباعي كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان }	
التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى متوازي أضلاع ويرمز له بالرمز ▱ABCD	

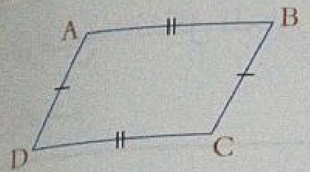
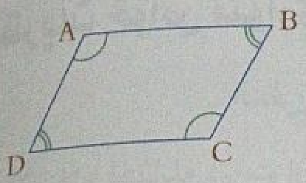
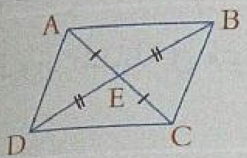
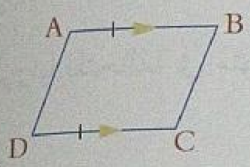
نظريات خواص متوازي الأضلاع

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	$\overline{DA} \cong \overline{CB}$ و $\overline{DC} \cong \overline{AB}$	
الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	$\angle B \cong \angle D$ و $\angle A \cong \angle C$	
الزوايا المتخالفة في متوازي الأضلاع متكاملة	$m\angle A+m\angle B = 180^\circ$ و $m\angle B+m\angle C = 180^\circ$ و $m\angle C+m\angle D = 180^\circ$ و $m\angle D+m\angle A = 180^\circ$	
إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة فإن زواياه الأربع قوائم	$m\angle G = 90^\circ$ و $m\angle H = 90^\circ$ و $m\angle J = 90^\circ$ و $m\angle K = 90^\circ$	
قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر	$\overline{SQ} \cong \overline{QU}$ و $\overline{RQ} \cong \overline{QT}$	
قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين	$\Delta ACD \cong \Delta ACB$	

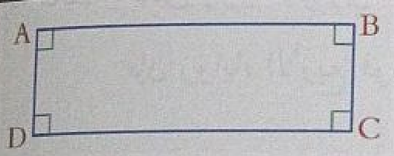
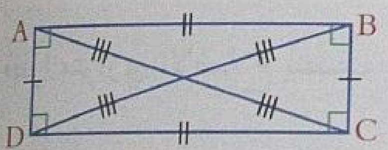
فائدة: إحداثي نقطة المتصف بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يعطى بالعلاقة ..

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

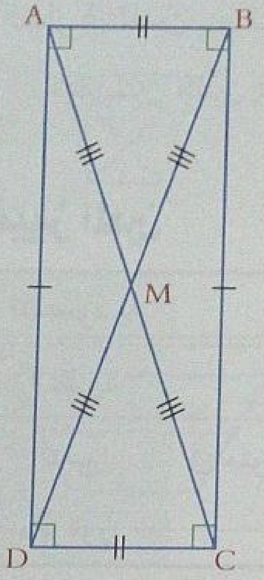
نظريات تمييز متوازي الأضلاع

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ فإن الشكل ABCD متوازي أضلاع	
إذا كانت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقتين فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $\angle ABC \cong \angle ADC$ و $\angle BAD \cong \angle BCD$ فإن .. الشكل ABCD متوازي أضلاع	
إذا نَصَّف قطرا شكل رباعي كل منهما الآخر فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $AE = CE$ و $BE = DE$ فإن .. الشكل ABCD متوازي أضلاع	
إذا كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ فإن .. الشكل ABCD متوازي أضلاع	

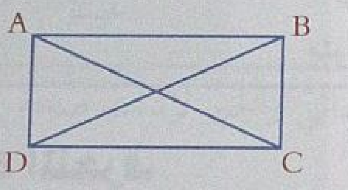
المستطيل

تعريفه	{ شكل رباعي زواياه الأربع قوائم }	
التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى مستطيلاً	
نظرية	إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان، أي أن .. $\overline{BD} \cong \overline{AC}$	
تنبيه	للمستطيل جميع خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى أن قطريه متطابقان	

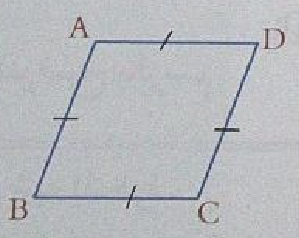
خصائص المستطيل

الخاصية	التوضيح بالرموز	الرسم
الأضلاع المتقابلة في المستطيل متطابقة ومتوازية	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	
الزوايا المتقابلة في المستطيل متطابقة	$\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$	
الزوايا المتخالفة في المستطيل متكاملة	$m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ و $m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ و $m\angle C + m\angle D = 180^\circ$ و $m\angle D + m\angle A = 180^\circ$	
قطرا المستطيل متطابقان وينصف كل منهما الآخر	$\overline{AC} \cong \overline{BD}$ و $BM = MD$ و $AM = MC$	
المستطيل زواياه الأربع قوائم	$m\angle A = 90^\circ$ و $m\angle B = 90^\circ$ و $m\angle C = 90^\circ$ و $m\angle D = 90^\circ$	

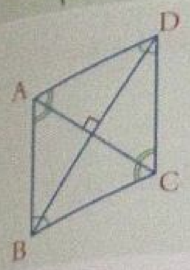
تمييز المستطيل

المقصود به	تحديد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أم لا	
النظرية	إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل	
التعبير بالرموز	في متوازي الأضلاع ABCD المجاور .. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ فإن ABCD مستطيل	

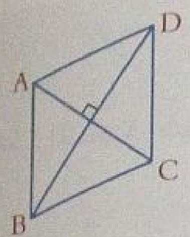
المعين

تعريفه	{ شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة }	
التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى معيناً	
تنبيه	المعين حالة خاصة من متوازي الأضلاع وله جميع خصائص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خصائص أخرى	

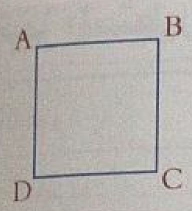
من خصائص المعين

الخاصية	التوضيح بالرموز	الرسم
قطرا المعين متعامدان	$\overline{AC} \perp \overline{BD}$	
القطر في المعين ينصف الزاويتين المتقابلتين اللتين يمر بهما	$\angle DAC \cong \angle BAC \cong \angle DCA \cong \angle BCA$ و $\angle ABD \cong \angle CBD \cong \angle ADB \cong \angle CDB$	

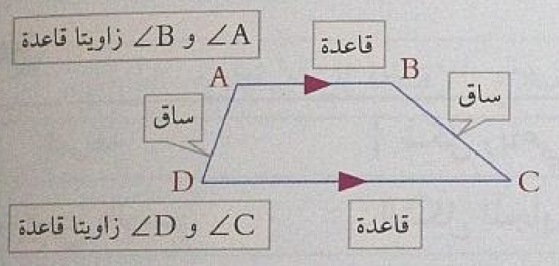
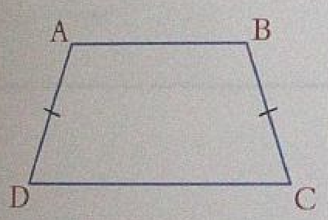
تمييز المعين

المقصود به	تحديد ما إذا كان متوازي الأضلاع معيناً أم لا	
النظرية	إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متعامدين فإنه معين	
التعبير بالرموز	في متوازي الأضلاع ABCD المجاور .. إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن ABCD معين	

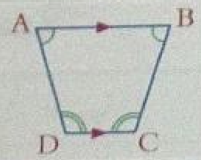
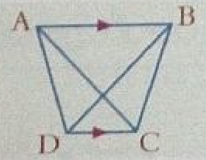
المربع

المقصود به	شكل رباعي يحقق خواص المستطيل والمعين في آن واحد	
التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى مربعاً	
تنبيه	المربع حالة خاصة من متوازي الأضلاع وله جميع خصائص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خصائص المستطيل والمعين	

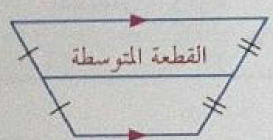
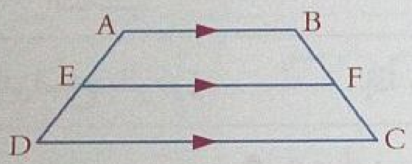
شبه المنحرف

تعريفه	{ شكل رباعي فيه فقط ضلعان متوازيان }	
التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى شبه منحرف	
شبه المنحرف متطابق الساقين	شبه منحرف فيه الضلعين غير المتوازيين متطابقان	
التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى شبه منحرف متطابق الساقين	

نظريات شبه المنحرف متطابق الساقين

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
زاويتا كل قاعدة لشبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان	$\angle DAB \cong \angle CAB$ و $\angle ADC \cong \angle BCD$	
قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقان	$\overline{AC} \cong \overline{BD}$	

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

المقصود بها	قطعة مستقيمة واصلة بين منتصفي ساقي شبه المنحرف	
تنبيه	القطعة المتوسطة على بعدين متساويين من القاعدتين	
نظرية	القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلاً من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طوليهما	
التعبير الرمزي	$\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ و $EF = \frac{1}{2}(AB+DC)$	

البرهان الإحداثي

المقصود به	نوع من البراهين يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية
خطوات رسم الأشكال على المستوى الإحداثي	(١) نضع رأس المضلع أو مركزه عند نقطة الأصل. (٢) نرسم ضلعاً واحداً على الأقل من أضلاع المضلع على أحد المحورين. (٣) نضع المضلع في الربع الأول من المستوى الإحداثي إن أمكن. (٤) نستعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

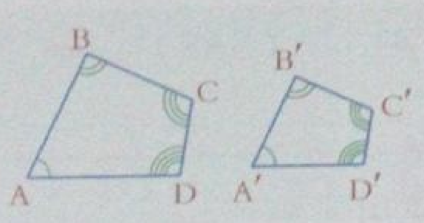
النسبة

النسبة	{ مقارنة بين كميتين باستعمال القسمة }
التوضيح بالرموز	نسبة a إلى b تُكتَب بالصورة $\frac{a}{b}$ أو بالصورة $a : b$ حيث $b \neq 0$
مثال توضيحي	إذا كان عُمر أحمد 15 سنة وعُمر فهد 7 سنوات فإن نسبة عُمر أحمد إلى عُمر فهد تُكتب بإحدى الصورتين $\frac{15}{7}$ أو $15 : 7$
تنبيهان	• يجب وضع النسبة في أبسط صورة؛ فمثلاً النسبة $\frac{8}{6}$ تكتب $\frac{4}{3}$ أو $4 : 3$. • النسبة التي مقامها الواحد تسمى نسبة الوحدة.

التناسب

التناسب	{ معادلة تنص على تساوي نسبتين }
التوضيح بالرموز	إذا كانت $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ نسبتان متساويتين فإن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يسمى تناسباً
تنبيهان	• a و d يسميان طرفا التناسب، أما c و b فيسميان وسطا التناسب. • حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين؛ أي أن .. $ad = cd$
شرط التناسب	لكل عددين a و c ولكل عددين غير صفريين b و d .. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ إذا وفقط إذا كان $ad = cd$
مثال توضيحي	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ يُكوِّن تناسباً إذا وفقط إذا كان $3\times4 = 2\times6$
حل التناسب	إيجاد قيمة المتغير التي تجعل التناسب صحيحاً
مثال توضيحي	حَل التناسب $\frac{x}{2} = \frac{6}{4}$ هو .. $4x = 6\times2$ $4x = 12$ $x = \frac{12}{4} = 3$

التشابه

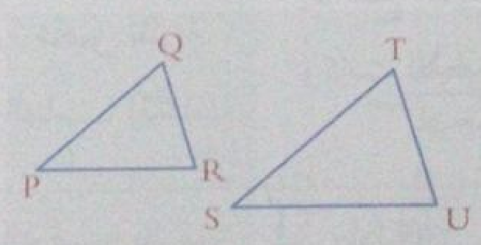
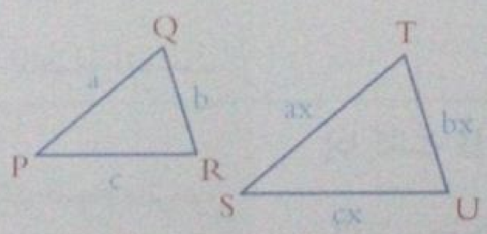
المقصود به	يتشابه المضلعان إذا كان لهما الشكل نفسه	
المضلعات المتشابهة	يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة	
التوضيح الرموز	$ABCD \sim A'B'C'D'$	
تنبيه	يجب ترتيب رؤوس المضلع في عبارة التشابه لتحديد الأضلاع والزوايا المتناظرة	

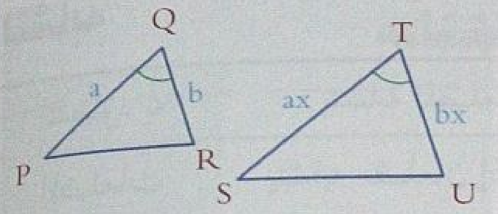
مثال توضيحي

عبارة التشابه	الزوايا المتناظرة	الأضلاع المتناظرة
$ABCD \sim EFGH$	$\angle A \cong \angle E$ و $\angle B \cong \angle F$ و $\angle C \cong \angle G$ و $\angle D \cong \angle H$	$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$

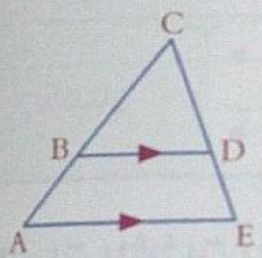
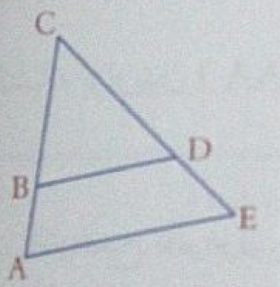
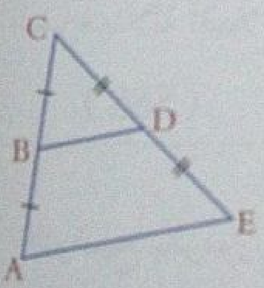
معامل التشابه	{ النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين }
تنبيه	معامل التشابه يسمى أحياناً مقياس الرسم
فائدتان	• المضلعان المتطابقان متشابهان والعكس غير صحيح. • نسبة التشابه بين مضلعين متطابقين تساوي 1 : 1 .

نظريات المثلثات المتشابهة

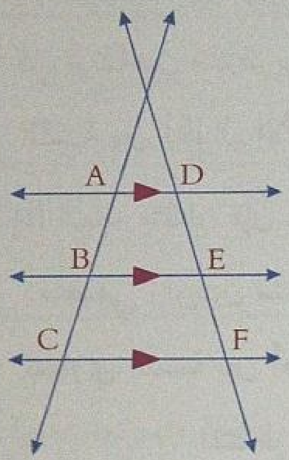
التشابه بزاويتين (AA)	إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر فإن المثلثين متشابهان	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\angle P \cong \angle S$ و $\angle Q \cong \angle T$ فإن $\Delta PQR \sim \Delta STU$	
التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)	إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة فإن المثلثين متشابهان	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TU} = \frac{RP}{US}$ فإن $\Delta PQR \sim \Delta STU$	

التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)	إذا كان طولا ضلعين في مثلث متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين في مثلث آخر والزاويتان المحصورتان متطابقتين فإن المثلثين متشابهان	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TU}$ و $\angle T \cong \angle Q$ فإن .. $\Delta PQR \sim \Delta STU$	
من خصائص التشابه	تشابه المثلثات علاقة انعكاسية ومتماثلة ومتعدية	
التوضيح بالرموز	• **الانعكاس**: $\Delta ABC \sim \Delta ABC$. • **التماثل**: إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ فإن $\Delta DEF \sim \Delta ABC$. • **التعدي**: إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ و $\Delta DEF \sim \Delta GHI$ فإن .. $\Delta ABC \sim \Delta GHI$	

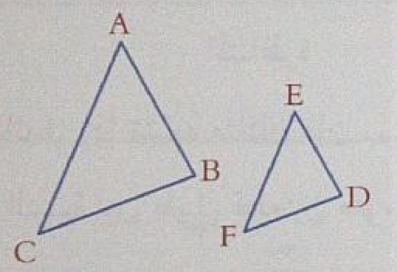
نظريات الأجزاء المتناسبة للمثلثات

نظرية التناسب للمثلث	إذا وازى مستقيم ضلعاً من أضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع متناسبة الأطوال	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ فإن $\frac{CB}{BA} = \frac{CD}{DE}$	
عكس نظرية التناسب للمثلث	إذا قطع مستقيم ضلعين لمثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة وكانت الأطوال المتناظرة منها متناسبة فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\frac{CB}{BA} = \frac{CD}{DE}$ فإن $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$	
نظرية القطعة المنصفة للمثلث	القطعة المنصفة للمثلث توازي ضلعاً للمثلث، وطولها نصف طوله	
التوضيح بالرموز	إذا كانت B و D نقطتي منتصف $\overline{CA}$ و $\overline{EC}$ على الترتيب فإن $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ و $BD = \frac{1}{2}AE$	

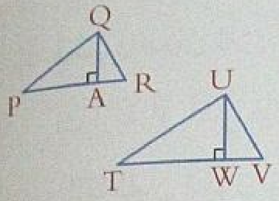
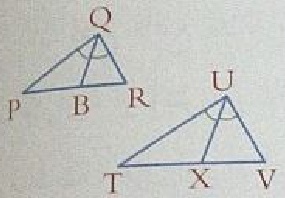
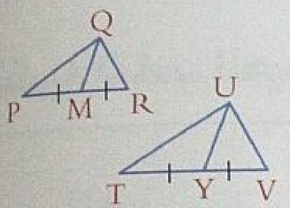
نتائج المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

النتيجة	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أجزاء القاطعين تكون متناسبة	إذا كان $\overleftrightarrow{DA} \parallel \overleftrightarrow{EB} \parallel \overleftrightarrow{FC}$ فإن .. $\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$ و $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ و $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$	
إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن .. $\overline{DE} \cong \overline{EF}$	

نظرية تناسب المحيطين

النظرية	إذا كان المثلثان متشابهين فإن النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ فإن .. $\frac{\text{محيط } \Delta ABC}{\text{محيط } \Delta EDF} = \frac{AB}{ED} = \frac{CB}{FD} = \frac{AC}{EF}$	
مثال توضيحي	إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ ومحيط ΔABC يساوي 18 ومحيط ΔEDF يساوي 12 و $AB = 6$ فإن .. $\frac{\text{محيط } \Delta ABC}{\text{محيط } \Delta EDF} = \frac{AB}{ED}$ $\frac{18}{12} = \frac{6}{ED} \Rightarrow ED = \frac{12\times 6}{18} = 4$	
فائدة	إذا كان المثلثان المتشابهان متطابقين فإن النسبة بين محيطيهما تساوي الواحد	

نظريات القطع المستقيمة الخاصة لمثلثين متشابهين

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين فيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة	إذا كان $\triangle TVU \sim \triangle PRQ$ فإن .. $\frac{QA}{UW} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$	
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي منصفي زاويتين متناظرتين فيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة	إذا كان $\triangle TVU \sim \triangle PRQ$ فإن .. $\frac{QB}{UX} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$	
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي قطعتين متوسطتين متناظرتين فيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة	إذا كان $\triangle TVU \sim \triangle PRQ$ فإن .. $\frac{QM}{UY} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$	

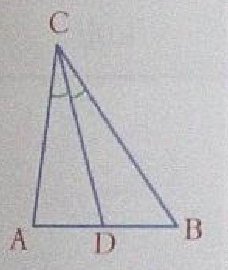
فائدة: إذا تشابه مثلثان فإن ..

النسبة بين طولي قطعتين متوسطتين متناظرتين = النسبة بين ارتفاعين متناظرين = النسبة بين طولي قطعتين متناظرتين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين

وبالرموز ..

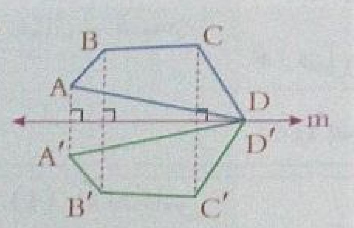
$$\frac{QA}{UW} = \frac{QB}{UX} = \frac{QM}{UY} = \frac{PR}{TV}$$

نظرية منصف الزاوية

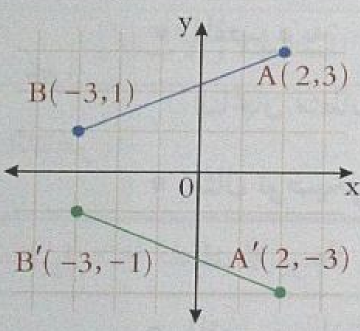
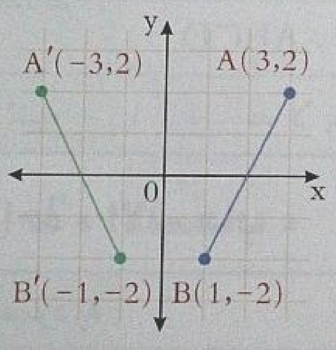
النظرية	منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين	
التوضيح بالرموز	إذا كانت $\overline{CD}$ منصفة لـ $\angle ACB$ فإن .. $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{CB}$ القطعتان المشتركتان بالرأس A ، القطعتان المشتركتان بالرأس B	

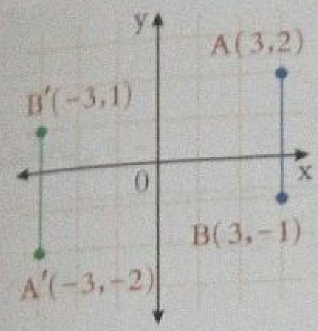
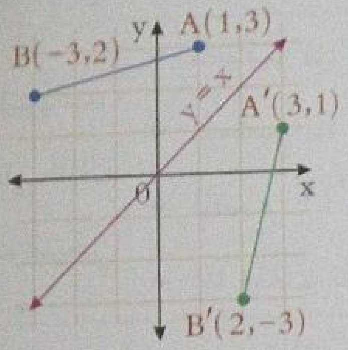
الفصل السابع: التحويلات الهندسية

الانعكاس

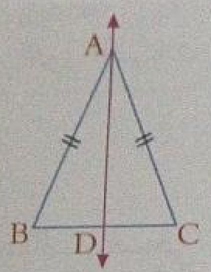
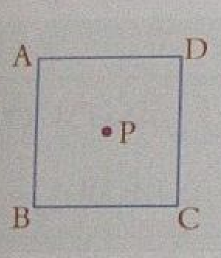
<table>
<tr><td>تعريفه</td><td>{ تحويل يمثل قلب الشكل في نقطة أو في خط مستقيم أو في مستوى }</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>مثال توضيحي</td><td>في الشكل المجاور: $A'B'C'D'$ يمثل انعكاساً للشكل ABCD في المستقيم m</td></tr>
<tr><td>تنبيهات على المثال التوضيحي</td><td colspan="2">• المستقيم m يسمى خط الانعكاس.
• المستقيم m ينصف القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها ويكون عمودياً عليها.
• المضلع $A'B'C'D' \cong$ المضلع ABCD .
• إذا وقعت نقطة على خط الانعكاس فإن صورتها هي النقطة نفسها.</td></tr>
<tr><td>فائدة</td><td colspan="2">الانعكاس يحافظ على المسافات وقياسات الزوايا والقطع المستقيمة والأشكال</td></tr>
</table>

الانعكاسات في المستوى الإحداثي

<table>
<tr><td>(١) الانعكاس في محور السينات</td><td>صورة النقطة (a,b) بالانعكاس في محور السينات هي النقطة $(a,-b)$</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>مثال توضيحي</td><td>• صورة النقطة $(2,3)$ بالانعكاس في محور السينات هي النقطة $(2,-3)$.
• صورة النقطة $(-3,1)$ بالانعكاس في محور السينات هي النقطة $(-3,-1)$.</td></tr>
<tr><td>(٢) الانعكاس في محور الصادات</td><td>صورة النقطة (a,b) بالانعكاس في محور الصادات هي النقطة $(-a,b)$</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>مثال توضيحي</td><td>• صورة النقطة $(3,2)$ بالانعكاس في محور الصادات هي النقطة $(-3,2)$.
• صورة النقطة $(1,-2)$ بالانعكاس في محور الصادات هي النقطة $(-1,-2)$.</td></tr>
</table>

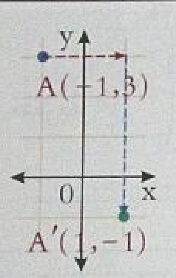
(٣) الانعكاس حول نقطة الأصل	صورة النقطة $A(a,b)$ بالانعكاس حول نقطة الأصل هي النقطة $A'(-a,-b)$	
مثال توضيحي	• صورة النقطة $A(3,2)$ بالانعكاس حول نقطة الأصل هي النقطة $A'(-3,-2)$. • صورة النقطة $B(1,-2)$ بالانعكاس حول نقطة الأصل هي النقطة $B'(-1,2)$.	
(٤) الانعكاس حول المستقيم $y = x$	صورة النقطة $A(a,b)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ هي النقطة $A'(b,a)$	
مثال توضيحي	• صورة النقطة $A(1,3)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ هي النقطة $A'(3,1)$. • صورة النقطة $B(-3,2)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ هي النقطة $B'(2,-3)$.	

محاور ونقاط التناظر

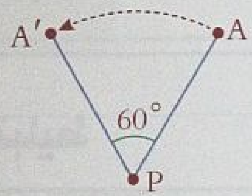
محور التناظر	• المقصود به: خط مستقيم يمكن طي الشكل عليه بحيث يكون الجزآن الناتجان متطابقين. • مثال توضيحي: في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{AD}$ محور تناظر لـ ΔABC .	
تنبيه	قد لا يوجد للشكل محور تناظر وقد يوجد له أكثر من محور تناظر	
نقطة التناظر	• المقصود بها: نقطة تنعكس عليها جميع نقاط الشكل. • مثال توضيحي: في الشكل المجاور النقطة P هي نقطة تناظر للمربع $ABCD$.	
تنبيه	قد لا يوجد للشكل نقطة تناظر وإذا وجدت فهي وحيدة	

الإزاحة « الانسحاب »

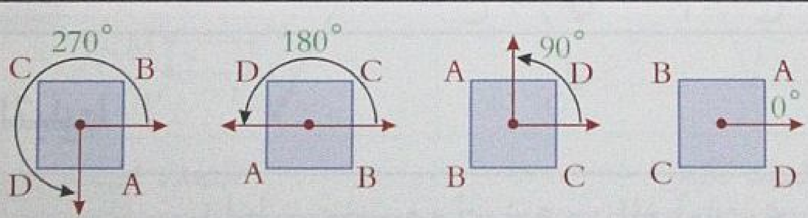
المقصود به	تحويل ينقل جميع نقاط الشكل مسافات متساوية وفي الاتجاه نفسه
التوضيح بالرموز	صورة النقطة $P(x,y)$ بالإزاحة هي النقطة $P'(x+a,y+b)$ حيث: a مقدار الإزاحة الأفقية و b مقدار الإزاحة الرأسية.

تنبيهات	• إذا كانت a موجبة تكون الإزاحة لليمين. • إذا كانت b موجبة تكون الإزاحة لأعلى. • إذا كانت a سالبة تكون الإزاحة لليسار. • إذا كانت b سالبة تكون الإزاحة لأسفل.	
مثال توضيحي	صورة النقطة $A(-1,3)$ بإزاحة قدرها وحدتين لليمين و 4 وحدات لأسفل هي .. $A(-1,3) \xrightarrow[\text{4 وحدات لأسفل}]{\text{وحدتان لليمين}} A'(-1+2,3-4) = A'(1,-1)$	
فائدة	الإزاحة تحافظ على المسافات وقياسات الزوايا والقطع المستقيمة والأشكال	

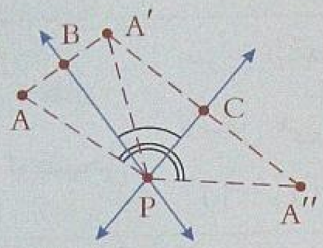
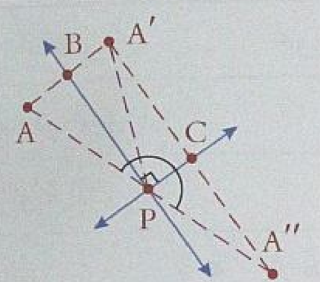
الدوران

المقصود به	تحويل تدور به كل نقطة من نقاط الشكل بزاوية معينة واتجاه معين حول نقطة ثابتة	
مركز الدوران	النقطة الثابتة التي تدور حولها نقاط الشكل	
زاوية الدوران	الزاوية التي تدور بها نقاط الشكل حول مركز الدوران	
مثال توضيحي	• A' هي صورة A . • P هي مركز الدوران. • $\angle APA'$ هي زاوية الدوران.	
تنبيه	زاوية الدوران إما أن تكون في اتجاه حركة عقارب الساعة أو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة	
فائدة	الدوران يحافظ على المسافات وقياسات الزوايا والقطع المستقيمة والأشكال	

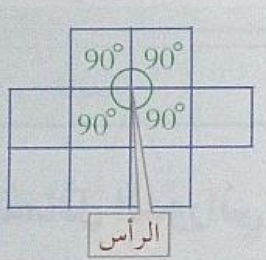
التماثل الدوراني

المقصود به	دوران الشكل حول نقطة بزاوية أقل من $360°$ لتكون الصورة مطابقة للأصل تماماً
رتبة التماثل الدوراني	عدد الزوايا التي تعطي للشكل التماثل الدوراني
مقدار التماثل الدوراني	يساوي $360°$ مقسومة على رتبة التماثل الدوراني
مثال توضيحي	 • التماثل الدوراني للمربع من الرتبة الرابعة. • $90° = \frac{360°}{4} =$ مقدار التماثل الدوراني للمربع.

نظريات على الدوران

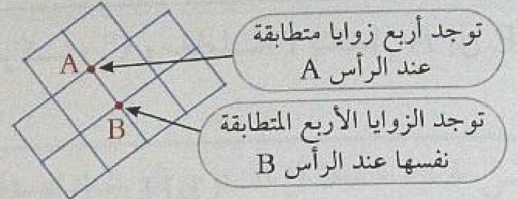
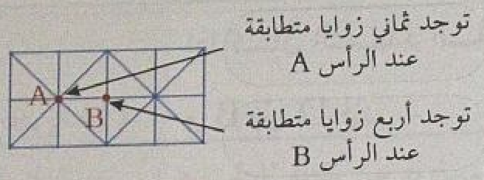
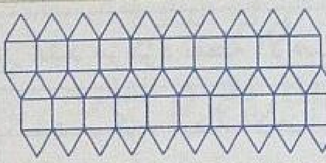
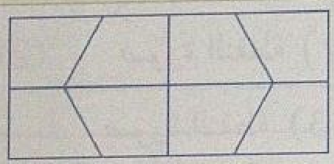
نظرية	إذا كانت A في أي دوران هي النقطة الأصلية ، و A'' هي الصورة الناتجة من دوران A حول مركز الدوران P ، يكون قياس زاوية الدوران $\angle APA''$ مساوياً ضعف قياس الزاوية الحادة أو القائمة الناتجة من تقاطع خطي الانعكاس	
التوضيح بالرموز	إذا كانت A'' هي صورة A بدوران مركزه نقطة تقاطع خطي الانعكاس المتقاطعين في P فإن .. $m\angle APA'' = 2m\angle BPC$	
نتيجة	إن نتيجة انعكاسين متعاقبين في خطين مستقيمين متعامدين تعادل دوراناً بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة تقاطع هذين الخطين	
التوضيح بالرموز	إذا كانت A'' هي صورة A بدوران مركزه نقطة تقاطع خطي الانعكاس المتعامدين والمتقاطعين في P فإن .. $m\angle APA'' = 180°$	

التبليط

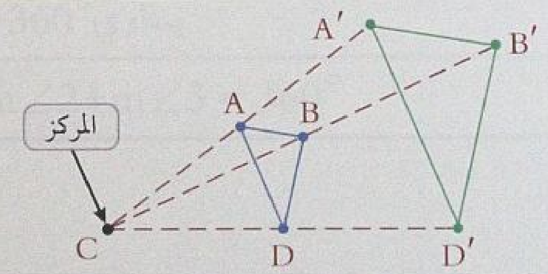
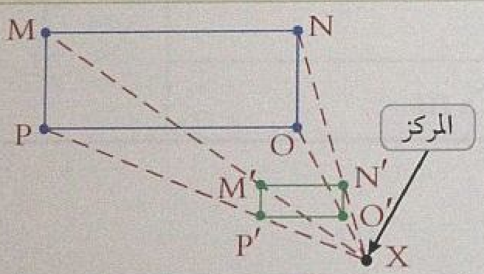
المقصود به	نمط يُستعمل لتغطية المستوى كاملاً بدون فراغات أو تقاطعات باستعمال شكل واحد وتحويلاته، أو مجموعة من الأشكال وتحويلاتها	
تنبيه	في التبليط يكون مجموع زوايا المضلعات المحيطة بأي نقطة $360°$	
التبليط المنتظم	نوع من أنواع التبليط يتم باستخدام نوع واحد من المضلعات المنتظمة	
تنبيه	المضلع المنتظم يصلح للتبليط المنتظم إذا كان قياس زاويته الداخلية قاسماً للعدد 360	
مثال توضيحي	قياس زاوية المضلع الثلاثي المنتظم الداخلية $60°$ ، والعدد 60 قاسم للعدد 360 ؛ ومنه فإن .. المضلع الثلاثي المنتظم يصلح للتبليط المنتظم	

من أنواع التبليط

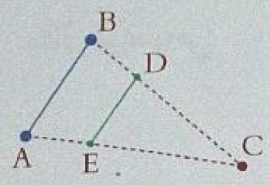
التبليط المتسق	تبليط يستخدم فيه أي نوع من المضلعات بحيث يحوي نفس الترتيبات للأشكال والزوايا عند كل رأس
التبليط غير المتسق	تبليط يستخدم فيه أي نوع من المضلعات بحيث **لا** يحوي نفس الترتيبات للأشكال والزوايا عند كل رأس

<table>
<tr><td>مثال توضيحي</td><td>
<table>
<tr><th>متسق</th><th>غير متسق</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>التبليط شبه المنتظم</td><td>تبليط يستخدم فيه مضلعان منتظمان أو أكثر</td></tr>
<tr><td>التبليط غير المنتظم</td><td>تبليط يستخدم فيه مضلع غير منتظم أو أكثر</td></tr>
<tr><td>مثال توضيحي</td><td>
<table>
<tr><th>التبليط شبه المنتظم</th><th>التبليط غير المنتظم</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

التمدد

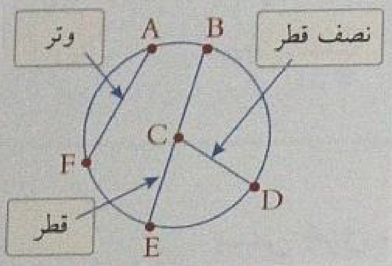
<table>
<tr><td>المقصود به</td><td>تحويل هندسي يحدث فيه تغير في قياسات الشكل</td></tr>
<tr><td>تحديد التمدد</td><td>يتحدد التمدد بمعرفة ..
• مركز التمدد. • معامل التمدد r .</td></tr>
<tr><td>أنواع التمدد حسب قيمة r</td><td>
<table>
<tr><th>قيمة r</th><th>$|r| > 1$</th><th>$|r| < 1$</th><th>$|r| = 1$</th></tr>
<tr><td>نوع التمدد</td><td>تكبير</td><td>تصغير</td><td>تطابق</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>مثال توضيحي</td><td>
<table>
<tr><th>$r = 2$</th><th>$r = \frac{1}{2}$</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>التمدد تكبير</td><td>التمدد تصغير</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>تنبيه</td><td>إذا كان $r = 1$ فإن الصورة الناتجة تكون مطابقة للأصل</td></tr>
<tr><td>فائدة</td><td>$$\text{معامل التمدد} = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$</td></tr>
</table>

نظريات على التمدد

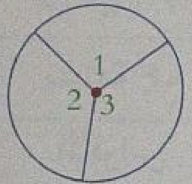
نظرية (1)	إذا كـان التمـدد الـذي مركـزه C ومعاملـه r ينقـل A إلى E و B إلى D فإن .. $$ED = \|r\|(AB)$$	
تنبيهان	• إذا كان $r > 0$ فإن A' تقع على $\overrightarrow{CA}$ ويكون $CA' = r\times CA$. • إذا كـان $r < 0$ فـإن A' تقـع علـى $\overrightarrow{CA'}$ « الشـعاع المعـاكس لــ $\overrightarrow{CA}$ » ويكـون $CA' = r\times CA$.	
نظرية (2)	صورة النقطة $P(x,y)$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله r هي $P'(rx,ry)$	
مثال توضيحي	صورة النقطة $P(1,3)$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2 هي .. $$P'(2\times1,2\times3) = P'(2,6)$$	

الفصل الثامن: الدائرة

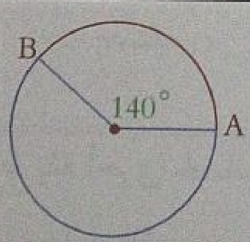
الدائرة ومحيطها

تعريفها	{ المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى التي تبعد مسافات متساوية عن نقطة ثابتة تدعى مركز الدائرة }	
تنبيه	عادة تسمى الدائرة بمركزها؛ ففي الشكل التالي يُرمز للدائرة C بالرمز $\odot C$	
الوتر	• المقصود به: أي قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة. • مثال توضيحي: $\overline{AF}$ و $\overline{BE}$ وتران في الدائرة.	
القطر	• المقصود به: وتر يمر بمركز الدائرة. • مثال توضيحي: $\overline{BE}$ قطر في الدائرة.	
نصف القطر	• المقصود به: قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها في مركز الدائرة، والطرف الآخر على الدائرة. • مثال توضيحي: $\overline{CE}$ و $\overline{CB}$ و $\overline{CD}$ جميعها أنصاف أقطار في الدائرة.	
فائدة	قطر الدائرة يعدّ أطول وتر فيها	
محيط الدائرة	إذا علم طول القطر d: $C = \pi d$ — إذا علم طول نصف القطر r: $C = 2\pi r$ حيث C محيط الدائرة.	

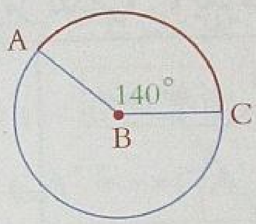
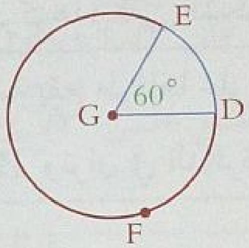
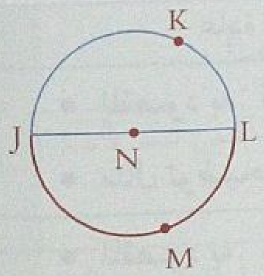
الزوايا المركزية

الزاوية المركزية	{ زاوية رأسها مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة }	
مجموع الزوايا المركزية	مجموع الزوايا المركزية في الدائرة والتي لا تحوي نقاطاً داخلية مشتركة يساوي 360°	
التوضيح بالرموز	$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$	

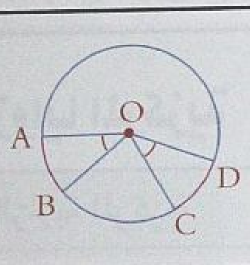
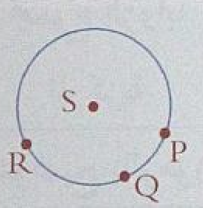
القوس

المقصود به	جزء من الدائرة	
قياسه	قياس القوس يساوي قياس زاويته المركزية	
التوضيح بالرموز	• $\overset{\frown}{AB}$: رمز القوس الأصغر الذي نهايتاه A و B . • $m\overset{\frown}{AB}$: رمز قياس القوس $\overset{\frown}{AB}$. • مثال توضيحي: $m\overset{\frown}{AB} = 140^\circ$.	

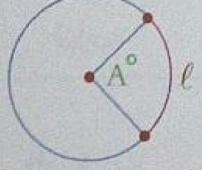
من أنواع أقواس الدائرة

	القوس الأصغر	القوس الأكبر	نصف الدائرة
المقصود به	القوس الذي قياسه أقل من 180°	القوس الذي قياسه أكبر من 180°	القوس الذي قياسه يساوي 180°
مثال			
تسميته	يسمى بحرفي نهايتيه $\overset{\frown}{AC}$	يسمى بحرفي نهايتيه ونقطة أخرى على القوس $\overset{\frown}{DFE}$	يسمى بحرفي نهايتيه ونقطة أخرى على القوس $\overset{\frown}{JML}$ و $\overset{\frown}{JKL}$
قياس القوس بالدرجات	$m\overset{\frown}{AC} = 140^\circ$	$m\overset{\frown}{DFE} = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$	$m\overset{\frown}{JML} = 180^\circ$ و $m\overset{\frown}{JKL} = 180^\circ$

نظرية على أقواس الدائرة

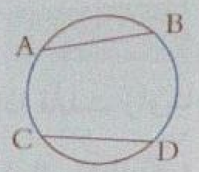
النظرية	في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة يكون القوسان متطابقين إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيتان المناظرتان لهما متطابقتين	
التوضيح بالرسم	$\angle AOB \cong \angle DOC \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$	
مسلمة جمع الأقواس	القوس المكون من قوسين متجاورين يكون قياسه حاصل جمع قياسيهما	
التوضيح بالرموز	$m\overset{\frown}{PQ} + m\overset{\frown}{QR} = m\overset{\frown}{PQR}$	

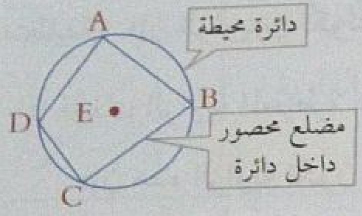
طول القوس

المقصود به	جزء من محيط الدائرة	
حسابه	طول القوس ← $\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{A}{360}$ → قياس القوس بالدرجات محيط الدائرة ← ، → قياس الدائرة كاملة بالدرجات حيث: ℓ طول القوس ، A قياس القوس ، r نصف قطر الدائرة.	
طريقة أخرى لحساب طول القوس	$\boxed{\ell = C \times \frac{A}{360}}$	ℓ طول القوس C محيط الدائرة A قياس القوس

الأقواس والأوتار

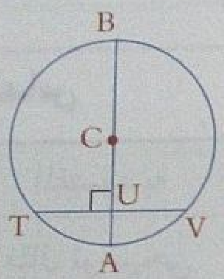
نظرية	تتطابق الأقواس الصغرى في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة إذا وفقط إذا تطابقت الأوتار المناظرة لها
التوضيح بالرموز	$\overline{AB} \cong \overline{CD} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$
الدائرة المحيطة بمضلع	• المقصود بها: دائرة تمر برؤوس المضلع. • مثال توضيحي: $\odot E$ تسمى دائرة محيطة بالمضلع $ABCD$.





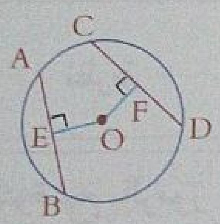
الأقطار والأوتار

نظرية	في الدائرة؛ إذا كان قطر الدائرة « أو نصف قطرها » عمودياً على وتر فيها فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه أيضاً
التوضيح بالرموز	إذا كان $\overline{BA} \perp \overline{TV}$ فإن .. $\overset{\frown}{AT} \cong \overset{\frown}{AV}$ و $\overline{TU} \cong \overline{UV}$



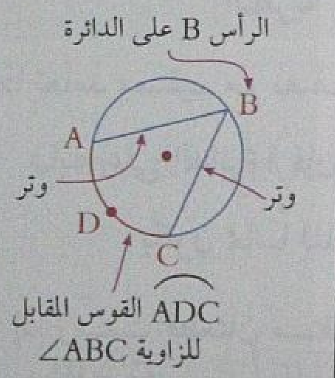
الأوتار المتطابقة والمسافة

نظرية	في الدائرة أو الدوائر المتطابقة: يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان لهما البعد نفسه عن مركز الدائرة
التوضيح بالرموز	$\overline{AB} \cong \overline{CD} \Leftrightarrow OE = OF$

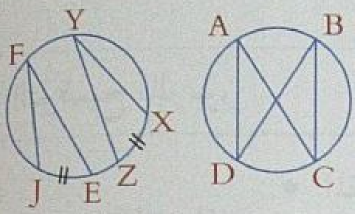
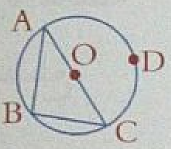
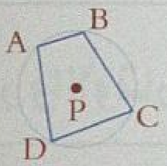


الزاوية المحيطية

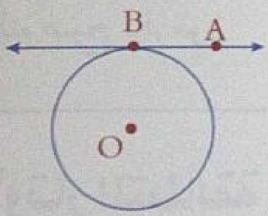
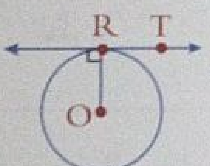
المقصود بها	زاوية يقع رأسها على الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة
التوضيح بالرموز	$\angle ABC$ تسمى **زاوية محيطية**
قياسها	• نظرية: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها. • التوضيح بالرموز: $m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{ADC}$.



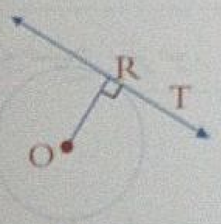
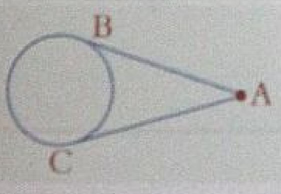
نظريات على الزوايا المحيطية

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة « أو دوائر متطابقة » القوس نفسه أو أقواساً متطابقة ؛ فإن الزاويتين تكونان متطابقتين	$\angle DAC \cong \angle DBC$ و $\angle JFE \cong \angle XYZ$	
إذا قابلت الزاوية المحيطية نصف دائرة فإن هذه الزاوية تكون قائمة	إذا كان $\widehat{ADC}$ نصف دائرة فإن .. $m\angle ABC = 90^\circ$	
إذا كان الشكل الرباعي محصوراً داخل دائرة فإن الزوايا المتقابلة تكون متكاملة	$\angle A$ و $\angle C$ متكاملتان و $\angle B$ و $\angle D$ متكاملتان	

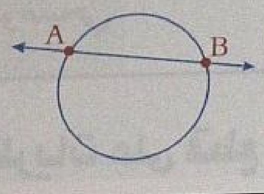
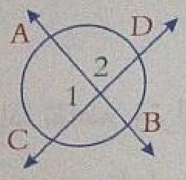
المماس

المقصود به	خط مستقيم يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة فقط	
مثال توضيحي	في الشكل المجاور: $\overleftrightarrow{AB}$ يسمى مماساً للدائرة عند النقطة B	
نقطة التماس	• **المقصود بها**: النقطة المشتركة بين الدائرة والمماس. • **مثال توضيحي**: النقطة B تسمى نقطة التماس.	
نظرية	إذا كان مستقيم مماساً لدائرة فإنه يكون عمودياً على نصف القطر المار بنقطة التماس	
التوضيح بالرموز	إذا كان $\overleftrightarrow{RT}$ مماساً فإن $\overleftrightarrow{RT} \perp \overleftrightarrow{OR}$	

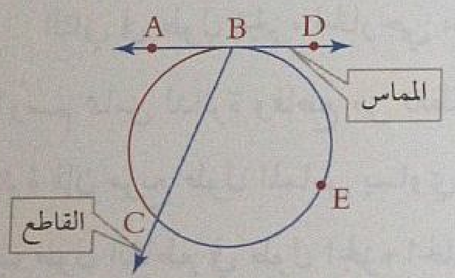
نظريات على المماسات

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا تعامد مستقيم مع نصف قطر دائرة عند نهايته على الدائرة ؛ فإن هذا المستقيم يكون مماساً للدائرة	إذا كان $\overleftrightarrow{RT} \perp \overline{OR}$ فإن .. $\overleftrightarrow{RT}$ مماساً لـ $\odot O$ عند R	
إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان	إذا كانتا $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ مماستين فإن .. $\overline{AC} \cong \overline{AB}$	

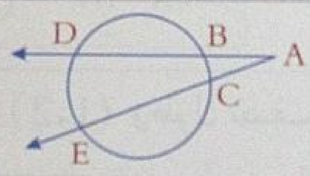
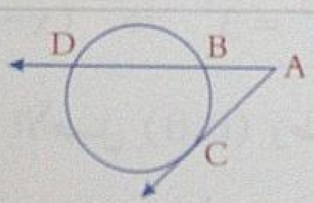
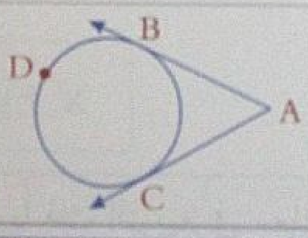
القاطع

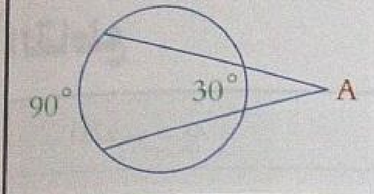
المقصود به	خط مستقيم يشترك مع الدائرة في نقطتين	
مثال توضيحي	في الشكل المجاور: $\overleftrightarrow{AB}$ يسمى قاطعاً للدائرة عند النقطتين A و B	
نظرية	إذا تقاطع قاطعان داخل دائرة فإن قياس أي من الزوايا المتكونة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس	
التوضيح بالرموز	$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AC} + m\widehat{BD})$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{AD} + m\widehat{BC})$	

نظرية الزاوية بين المماس والقاطع

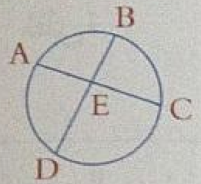
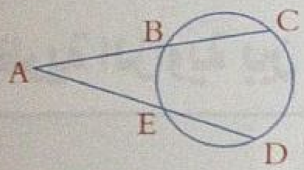
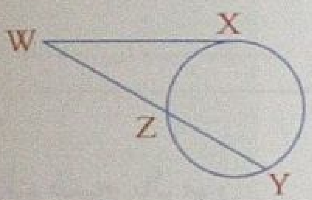
النظرية	إذا تقاطع قاطع ومماس عند نقطة التماس فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله	
التوضيح بالرموز	$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$ و $m\angle DBC = \frac{1}{2} m\widehat{BEC}$	

نظرية التقاطع خارج الدائرة

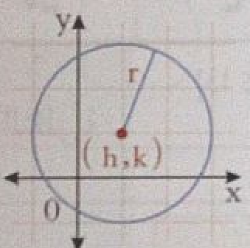
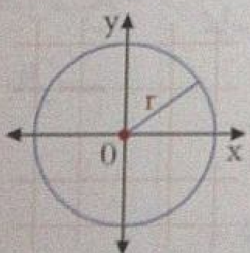
النظرية	إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج دائرة فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لهما		
التوضيح بالرسم	قاطعان		$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$
	مماس ـ قاطع		$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$
	مماسان		$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$

مثال توضيحي	في الشكل المجاور .. $m\angle A = \frac{1}{2}(90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ$	

نظريات على قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا تقاطع وتران داخل دائرة فإن حاصل ضرب طولي جزأي كل وتر متساويان	$AE \times EC = BE \times ED$	
إذا رُسم قاطعان إلى دائرة من نقطة خارجها فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه	$AC \times AB = AD \times AE$	
إذا رُسم مماس لدائرة وقاطع من نقطة خارج الدائرة فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه	$(WX)^2 = WY \times WZ$	

معادلة الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة	معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (h,k) وطول نصف قطرها r هي .. $$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$	
مثال توضيحي	معادلة الدائرة التي مركزها النقطة $(1,2)$ وطول نصف قطرها 3 هي .. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$	
حالة خاصة لمعادلة الدائرة	معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل $(0,0)$ وطول نصف قطرها r هي .. $$x^2 + y^2 = r^2$$	
فائدة	ليس ضرورياً فك التربيع في معادلة الدائرة	